

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 4 maggio 1902.

P. BLASERNA, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — Considerazioni sull'insegnamento dell'Astronomia nelle Università italiane. Nota del Socio G. CELORIA.

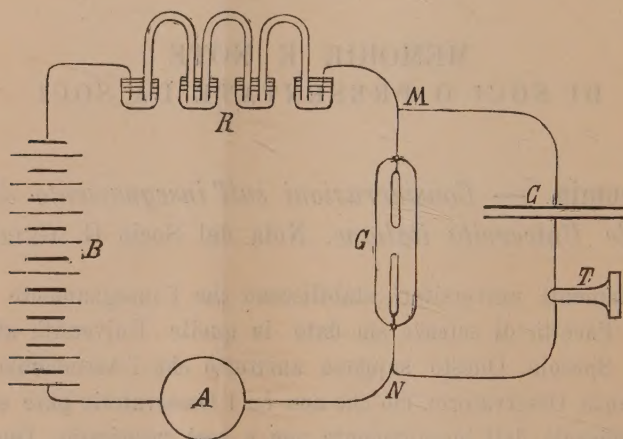
I Regolamenti universitari stabiliscono che l'insegnamento dell'Astronomia nella Facoltà di scienze sia dato in quelle Università alle quali è annessa una Specola. Questo suppone anzitutto che l'Astronomia non possa insegnarsi senza Osservatorio, ciò che non è; l'Osservatorio pure essendo utilissimo all'efficacia dell'insegnamento non è però necessario. Questo inoltre tende a limitare l'insegnamento alla sola Astronomia pratica, e, senza volerlo, finisce per dare all'Astronomia nelle Facoltà nostre il carattere di materia accessoria e quasi tollerata, iniziando in Italia rispetto agli studi astronomici un inevitabile periodo di decadenza.

Propongo che l'insegnamento dell'Astronomia sia dato nella Facoltà di scienze in tutte le Università, e che in tutte l'Astronomia e pratica e teorica sia dichiarata materia d'obbligo e fondamentale.

Io non so immaginare un Dottore in scienze che ignori i principî fondamentali dell'Astronomia e dei metodi di indagine astronomica. Se un tal dottore esiste, egli, pur non occupandosi ex-professo di Astronomia, ha certo una coltura generale scientificamente incompleta. L'Astronomia è scienza vasta e comprensiva; di molte scienze si vale, e a molte scienze, alla Chimica, alla Fisica, alle Matematiche, alla Meccanica, dà argomenti importanti di studio. L'Astronomia inoltre mirabilmente insegna a studiare con metodo critico e obbiettivo ogni sistema sia pur complesso di fatti, in modo incomparabile risveglia e svolge l'abito positivo della mente.

Fisica. — *Sulla produzione di suoni per mezzo delle scariche nei tubi a gas rarefatto o nelle fiamme.* Nota del Socio AUGUSTO RIGHI.

La disposizione sperimentale da me impiegata, e rappresentata dall'annesso diagramma, è assai simile a quella del Duddell (¹) per l'esperienza dell'arco voltaico sonoro; ma il fenomeno acustico, al quale essa dà origine, ha una causa alquanto diversa.



Nella mia esperienza all'arco voltaico, dell'esperienza di Duddell, è sostituito un tubo ad aria rarefatta *G* con elettrodi d'alluminio, e nel circuito derivato *MCN*, oltre al condensatore *C* è inserito un telefono *T*. La batteria *B* è composta di 400 piccoli accumulatori, i quali, quando nel circuito *BRMNA* sia inserita una forte resistenza *R*, costituita da tubi pieni di una soluzione di solfato di rame, danno una corrente di pochi milliamperè, misurata da un milliamperometro *A*. Quanto al tubo *G*, esso ha 4 c. di diametro e contiene due elettrodi cilindrici lunghi 5 c. e grossi 0,6, arrotondati alle estremità, uno dei quali è fisso, mentre l'altro può, mediante piccole scosse date al tubo, porsi a diverse distanze dal suo compagno. Però una distanza di circa mezzo centimetro fra gli elettrodi è assai conveniente, dato che l'aria, che li circonda, abbia la pressione di circa un centimetro.

(¹) The Electrician, pag. 310, december 21, 1900.

Se si apre il circuito derivato e si chiude il circuito principale, si stabilisce in questo la debole corrente, mentre fra gli elettrodi appare la luminosità ben nota, formata da luce rossa sull'anodo e luce violetta, estendentesi a minor distanza, sul catodo. Se si chiude ora il circuito derivato, qualche volta nulla resta modificato, mentre altre volte si produce invece il fenomeno, che sto per descrivere; il quale poi con certezza quasi assoluta si produce, se si chiude prima il circuito del condensatore, poi quello degli accumulatori.

Operando in tal guisa alla luminosità silenziosa e tranquilla e, almeno apparentemente, continua, che esiste sugli elettrodi, si sostituisce una diversa forma di scarica, la quale è indubbiamente e regolarmente intermittente. L'aspetto ne è diverso secondo che la resistenza del circuito derivato, che nel caso della figura consiste principalmente nella resistenza del rocchetto del telefono, è molto piccola o no.

Se la detta resistenza è piccola (telefono con rocchetto a filo corto e grosso) veggonsi fra gli elettrodi del tubo delle vere scintille larghe e diffuse di colore rosso, accompagnate da un bagliore verdastro sul catodo. Ove il bagliore verde tocca il catodo, si suol osservare un punto bianco assai luminoso. Qualche volta la stessa apparenza si osserva anche sull'anodo.

Se invece la resistenza nel circuito derivato non è tanto piccola, la luminosità del tubo è meno differente, da quello che era, quando era aperto il circuito derivato. Si vede cioè la piccola colonna di luce rossa sull'anodo ed il bagliore violetto (o luce negativa) sul catodo, che però forma ora intorno al medesimo una specie di guaina assai estesa e di spessore uniforme. Ma ciò che principalmente distingue la scarica, quando è chiuso il circuito derivato, è la sua intermittenza, che è sensibile direttamente quando è lenta, e che si desume, quando sia rapida, dal suono, emesso dal telefono.

Quest'ultimo non è a rigore indispensabile giacchè, anche senza di esso, si ode un debole suono musicale accostando l'orecchio al tubo G . Il telefono giova a rendere questo suono più manifesto; ed infatti il suono, che da esso emana, quando è inserito nel circuito derivato, può essere tanto intenso, da essere udito in tutto un vasto ambiente. Questo suono ha in generale un timbro musicale; ma diviene rauco, se gli elettrodi del tubo non sono levigati e puliti.

L'altezza del suono così generato, dipende dalle varie condizioni della esperienza. Essa infatti cresce:

1. diminuendo la resistenza R ;
2. aumentando il numero degli accumulatori della batteria B , giacchè non tutti i 400 occorrono sempre per l'esperienza;
3. diminuendo la capacità del condensatore C ;
4. diminuendo la distanza fra i due elettrodi entro il tubo G ;
5. diminuendo la pressione dell'aria nel tubo stesso.

È dunque possibile variare entro i più estesi limiti l'intermittenza della scarica. Per esempio, facendo R eguale a più decine di migliaia di Ohm, prendendo per C una capacità di qualche decimo di microfaraday, e adoperando il minimo numero possibile di accumulatori, le scariche si succedono tanto lente, da contarsene appena due o tre al secondo. Naturalmente con tale lenta intermittenza non si ode un suono continuo, ma solo un colpo secco nel telefono ad ogni scintilla nel tubo.

Variando nel senso dovuto la capacità, la resistenza ecc., si ottiene un suono più o meno acuto a piacere, ed anche in successione suoni di diverse e determinate altezze. Per esempio, basta staccare dalla batteria uno dei reofori e toccare con esso ora l'uno ora l'altro degli elementi da cui la batteria è costituita, per ottenere una successione melodica di suoni musicali, e realizzare così uno strumento musicale di nuovo genere.

Nello stesso modo che prima si era fuori dal limite dei suoni udibili, perchè la frequenza delle scariche era troppo piccola, si può oltrepassare l'altro limite e arrivare a frequenze tanto elevate, da far cessare nuovamente la sensazione sonora. Se infatti, ridotta la resistenza R a non essere che di qualche centinaia di Ohm, si prende come condensatore C il noto condensatore ad aria di Epino, i due dischi del quale sieno ad una distanza reciproca di circa mezzo millimetro, il telefono T (che in questo caso occorre abbia un rocchetto a lungo filo onde non dia suoni troppo deboli) fa udire un sibilo acutissimo. Basta allora allontanare leggermente l'una dall'altra le due armature del conduttore, o avvicinare appena l'uno all'altro i due elettrodi nel tubo ecc., perchè il suono salga tanto in altezza, da uscire dal limite superiore di udibilità. E, come accade in tal caso, se più persone prendono parte all'esperienza, mentre alcune più non odono alcun suono, altre provano ancora la molestia d'un suono estremamente acuto.

Il numero di vibrazioni per secondo del suono ottenuto è di gran lunga minore del numero d'oscillazioni elettriche per secondo del sistema formato colla capacità C e coll'autoinduzione esistente nel circuito derivato; perciò è esclusa affatto l'idea, che il detto suono abbia l'origine medesima di quello ottenuto da Duddell coll'arco voltaico. Si constata d'altronde, che l'altezza medesima è quasi indipendente dall'autoinduzione. Non si tratta dunque di una corrente alternativa, ma di una successione di scariche, di cui parmi si possa render conto nel modo seguente.

Nell'atto in cui si chiude il circuito, la differenza di potenziale fra gli elettrodi del tubo non raggiunge il valore massimo che con un certo ritardo, dovuto a ciò che si forma dapprima una corrente, che carica il condensatore. Ma tale corrente scema prontamente, la differenza di potenziale aumenta, e si forma una scarica del condensatore attraverso il tubo. Al cessare di questa il fenomeno si ripete indefinitamente, ed è chiaro che tale spiegazione, la quale potrà forse essere in seguito completata, rende ragione del modo nel quale la

frequenza delle scariche dipende dalla resistenza, capacità ecc. È poi verosimile che con graduali modificazioni delle varie parti dei circuiti si possa passare, dai suoni in tal modo generati, a quelli ottenuti dal Duddell, la cui altezza dipende dalla frequenza delle oscillazioni elettriche permanenti nel circuito derivato.

Poichè il circuito derivato è percorso da una corrente intermittente, esso potrà dare fenomeni d'induzione, analoghi a quelli osservati da Peuchert ⁽¹⁾ con disposizione simile a quella di Duddell. Basta infatti inserire nel circuito del condensatore il filo grosso di un grande rocchetto di Ruhmkorff, perchè si formino scintille fra i capi del filo indotto. Tali scintille possono essere lunghe oltre un centimetro, quando la corrente principale data dagli accumulatori è di pochi milliampère. Esse decrescono naturalmente in lunghezza, quando si aumenta la frequenza delle scariche nel tubo.

Fenomeni affatto simili a quelli descritti si ottengono sostituendo al tubo *G* la fiamma di un becco Bunsen. Una tale fiamma fu pure adoperata dal Ruhmer ⁽²⁾ in sostituzione dell'arco voltaico, nell'esperienza dell'arco parlante del Simon ⁽³⁾. Occorre però rendere abbastanza conduttrice la fiamma, deponendo su una delle lastrine di platino in essa immerse e funzionanti da elettrodi, un poco di cloruro di sodio. La fiamma emette da sola il suono, però con intensità minore, di quella del suono prodotto dal telefono *T*.

Le esperienze qui descritte sono state preparate ed eseguite in poco tempo; per così dire, improvvisate; se, quando potrò intraprenderne uno studio dettagliato, esse mi daranno, come è da prevedere, qualche risultato degno di menzione, ne farò oggetto di altra pubblicazione.

Matematica. — *Formole fondamentali nella teoria generale delle varietà e della loro curvatura.* Nota del Corrispondente G. RICCI.

In questa Nota mi propongo di stabilire coi metodi del Calcolo differenziale assoluto le formole fondamentali della teoria delle varietà di natura qualunque ad n dimensioni considerate come immerse in varietà ad $n + m$ dimensioni pure qualunque.

Queste formole pel caso di $m = 1$ sono state date dal prof. Bianchi nella traduzione tedesca della sua *Geometria Differenziale*; con metodo semplice ed elegante, ma che forse male si estenderebbe al caso generale. — Per questo esse nella loro sostanza si trovano invece esposte in una Memoria

⁽¹⁾ Elektr. Zeitschr. pag. 467, 1901.

⁽²⁾ Physik. Zeitschr., februar 23, pag. 325, 1901.

⁽³⁾ Wied. Ann., t. 64, pag. 233, 1898.

pubblicata dal sig. Voss nel volume XVI dei *Mathematische Annalen*; in modo tuttavia, che poco si presta alle applicazioni ed alle interpretazioni geometriche. — Perciò non mi sembra inopportuno il ritornare sull'argomento per presentare quelle formole sotto la forma più semplice consentita dalle notazioni proprie dei metodi, dei quali faccio uso, e per trarne alcune conseguenze relative alla curvatura di una varietà qualunque.

Per ciò, che riguarda, le notazioni ed i metodi del Calcolo differenziale Assoluto mi riferirò alla esposizione fattane dal prof. Levi-Civita e da me in una Memoria inserita nel volume LIV dei *Mathematische Annalen*, la quale, occorrendo, sarà qui citata colla lettera M seguita dai numeri corrispondenti al capitolo, al paragrafo e, eventualmente, alla formola da consultare.

1. Siano

$$\varphi \equiv \sum_1^n a_{rs} dx_r dx_s$$

$$\psi = \sum_1^{n+m} c_{uv} dy_u dy_v$$

due forme differenziali quadratiche positive. Perchè la varietà V_n definita dalla prima sia contenuta nella V_{n+m} definita dalla seconda è necessario e basta che si possano determinare y_1, y_2, \dots, y_{n+m} in funzione di x_1, x_2, \dots, x_n in modo da soddisfare alle equazioni

$$(I) \quad \sum_1^{n+m} c_{uv} y_{u/r} y_{v/s} = a_{rs} \quad (1)$$

Derivando queste covariantemente secondo φ si ottengono delle equazioni, a cui equivalgono le

$$(1) \quad \sum_1^{n+m} c_{u/r} \sum_1^{n+m} (c_{uv} y_{v/st} + \sum_1^{n+m} c_{vw,u} y_{v/s} y_{w/t}) = 0,$$

nelle quali i simboli $c_{vw,u}$ rappresentano i coefficienti di Christoffel di prima specie relativi alla forma ψ .

Si rappresenti con $\varepsilon_{\alpha\beta}$ lo zero o l'unità, secondo che gli indici α e β sono distinti o coincidono, e si determinino le espressioni $z_{\alpha/u}$ in modo da soddisfare alle equazioni

$$(2) \quad \sum_1^{n+m} y_{u/v} z_{\alpha,u} = 0$$

$$(3) \quad \sum_1^{n+m} c^{(uv)} z_{\alpha/u} z_{\beta/v} = \varepsilon_{\alpha\beta},$$

designandosi con $c^{(uv)}$ i coefficienti della forma reciproca a ψ .

(1) Gli indici r, s, t , a cui non siano attribuiti particolari valori, si intenderanno sempre suscettibili di tutti i valori $1, 2, \dots, n$; quelli u, v, w dei valori $1, 2, \dots, n+m$ e quelli $\alpha, \beta, \gamma \dots$ dei valori $1, 2, \dots, m$.

Le $z_{1/u}, z_{2/u}, \dots, z_{m/u}$ potranno riguardarsi (M, II, 1) come sistemi coordinati covarianti di m congruenze ortogonali di linee tracciate in V_{n+m} e normali a V_n . I sistemi coordinati controvarianti delle congruenze stesse avranno invece gli elementi

$$z_{\alpha}^{(u)} = \sum_1^{n+m} v \, c^{(uv)} z_{\alpha/v}.$$

Introducendo delle indeterminate

$$b_{\alpha/rs} = b_{\alpha/sr}$$

potremo alle equazioni (1) sostituire le

$$(II) \quad y_{u'/rs} = \sum_1^m \alpha \, z_{\alpha}^{(u')} b_{\alpha/rs} - \sum_1^{n+m} uvw \, c^{(uw)} c_{vw,u} y_{v/rs}.$$

2. Dalle (2) derivate covariantemente secondo φ , tenendo conto delle (II), seguono le

$$\sum_1^{n+m} u \, y_{u/r} (z_{\alpha/ufs} - \sum_1^{n+m} vw \, z_{\alpha}^{(v)} c_{uw,v} y_{w/s}) = -b_{\alpha/rs},$$

che equivalgono alle

$$(4) \quad z_{\alpha/ufs} = \sum_1^{n+m} vw \, z_{\alpha}^{(v)} c_{uw,v} y_{w/s} - \sum_1^{n+m} v \, c_{uv} \sum_1^n p \, b_{\alpha/ps} y_v^{(p)} + \sum_1^m \beta \, \mu_{\alpha\beta/s} z_{\beta/u},$$

rappresentandosi con $\mu_{\alpha\beta/s}$ delle nuove indeterminate; le quali, come risulta derivando le (3), debbono essere legate dalle relazioni

$$(5) \quad \mu_{\alpha\beta/s} + \mu_{\beta\alpha/s} = 0.$$

Alle (4) equivalgono poi le

$$(4') \quad z_{\alpha/s}^{(u')} = - \sum_1^{n+m} uvw \, c^{(uw)} z_{\alpha}^{(v)} c_{vw,u} y_{w/s} - \sum_1^n p \, b_{\alpha/ps} y_u^{(p)} + \sum_1^m \beta \, \mu_{\alpha\beta/s} z_{\beta}^{(u')}.$$

Si derivino le (II) tenendo conto delle (4') e si eliminino le derivate terze delle y , applicando note formole (M, I, 6, (23)). Si perverrà ad un sistema di formole, che si può scindere nei due gruppi seguenti:

$$(III) \quad \sum_1^m \alpha (b_{\alpha/rst} b_{\alpha/ps} - b_{\alpha/rs} b_{\alpha/pt}) + \sum_1^{n+m} uv'v' \, c_{uv',v'v} y_{u/p} y_{u'/r} y_{v/s} y_{v't} = a_{pr,st};$$

$$(IV) \quad b_{\alpha/rst} - b_{\alpha/rts} + \sum_1^m \beta (\mu_{\alpha\beta/s} b_{\beta/rt} - \mu_{\alpha\beta/t} b_{\beta/rs}) + \\ + \sum_1^{n+m} uv'v' \, c_{uv',v'v} z_{\alpha}^{(u')} y_{u'/r} y_{v/s} y_{v't} = 0,$$

nelle quali $a_{pr,st}$; $c_{uv',v'}$ rappresentano i simboli di Riemann relativi alle forme φ e ψ .

Le formole (III) e (IV) costituiscono la generalizzazione, rispettivamente, della formola di Gauss e di quelle di Codazzi nella ordinaria teoria della superficie.

Se la varietà V_{n+m} è a curvatura costante K , le (III) e (IV) assumono rispettivamente la forma

$$\sum_1^m \alpha (b_{\alpha/r,t} b_{\alpha/p,s} - b_{\alpha/rs} b_{\alpha/pt}) + K (a_{ps} a_{rt} - a_{pt} a_{rs}) = a_{pr,st}$$

$$b_{\alpha/rst} - b_{\alpha/rts} + \sum_1^m \beta (\mu_{\alpha\beta/s} b_{\beta/rt} - \mu_{\alpha\beta,t} b_{\beta/rs}) = 0.$$

E perchè V_n possa considerarsi contenuta in V_{n+m} sarà in questo caso necessario e sufficiente che si possano determinare le $b_{\alpha/rs}$ e le $\mu_{\alpha\beta/r}$ in modo da soddisfare a queste equazioni.

3. Alle formole (I), (II), (III) e (IV) si può estendere, qualunque sia m , la trasformazione già da me esposta pel caso $m=1$ (M, IV, 4).

Si assuma in V_n una ennupla ortogonale di riferimento $[1], [2], \dots, [n]$ e siano $\lambda_{1/r}, \lambda_{2/r}, \dots, \lambda_{n/r}$ i sistemi coordinati covarianti delle congruenze, che la costituiscono. Si facciano poi le posizioni

$$(A) \quad y_{u/r} = \sum_1^n \xi_i^{(u)} \lambda_{i/r}$$

$$(6) \quad b_{\alpha/rs} = \sum_{hk} \omega_{\alpha hk} \lambda_{h/r} \lambda_{k/s}$$

$$(7) \quad \lambda_{i/rs} = \sum_{hk} \gamma_{ihk} \lambda_{h/r} \lambda_{k/s}.$$

Per le (A) le (I) assumeranno la forma

$$\sum_1^n \lambda_{h/r} \lambda_{k/s} \sum_1^{n+m} uv c_{uv} \xi_h^{(u)} \xi_k^{(v)} = a_{rs},$$

ovvero (M, II, 1, (4'))

$$\sum_1^{n+m} uv c_{uv} \xi_h^{(u)} \xi_k^{(v)} = \varepsilon_{hk} \quad (1)$$

E poichè queste ci dicono semplicemente che $\xi_1^{(u)}, \xi_2^{(u)}, \dots, \xi_n^{(u)}$ sono i sistemi coordinati covarianti di n congruenze di linee contenute in V_{n+m} (le quali, come risulta dalle (A), pei punti di V_n coincidono rispettivamente colle

(1) Gli indici, i, h, k si intenderanno qui e in seguito suscettibili dei valori $1, 2, \dots, n$.

([1], [2], ..., [n]) potremo ad esse sostituire le (A), purchè in queste alle $\xi_i^{(u)}$ attribuiamo i significati ora stabiliti.

Le (II), tenuto conto delle (A) e delle (6) assumono la forma

$$\sum_1^n \lambda_h^{(r)} \lambda_k^{(s)} y_{u/rs} = \sum_1^m \alpha \xi_\alpha^{(u')} \omega_{\alpha h k} - \sum_1^{n+m} c_{uv} c^{(uu')} \xi_h^{(v)} \xi_k^{(v')} c_{vw, u};$$

mentre le (A) stesse derivate covariantemente secondo φ , tenendo conto delle (7), danno

$$\sum_1^n \lambda_h^{(r)} \lambda_k^{(s)} y_{u/rs} = \sum_1^n \xi_i^{(u')} \gamma_{ihk} + \frac{d\xi_h^{(u')}}{ds_k}.$$

Le (II) si trasformano dunque nelle

$$(B) \quad \frac{d\xi_h^{(u')}}{ds_k} = \sum_1^m \alpha \xi_\alpha^{(u')} \omega_{\alpha h k} - \sum_1^n \xi_i^{(u')} \gamma_{ihk} - \sum_1^{n+m} c_{uv} c^{(uu')} \xi_h^{(v)} \xi_k^{(v')} c_{vw, u}.$$

o nelle equivalenti

$$(B') \quad \frac{d\xi_{h/u}}{ds_k} = \sum_1^m \alpha \omega_{\alpha h k} \xi_{\alpha/u} - \sum_1^n \gamma_{ihk} \xi_{i/u} + \sum_1^{n+m} c_{uv, w} \xi_h^{(v)} \xi_k^{(v')}.$$

In fine le (III) e (IV) assumono rispettivamente la forma

$$(C) \quad \left\{ \begin{aligned} & \sum_1^m \alpha (\omega_{\alpha i k} \omega_{\alpha j h} - \omega_{\alpha i j} \omega_{\alpha h k}) + \sum_1^{n+m} c_{uu', vv'} c_{uu', vv'} \xi_h^{(u')} \xi_i^{(u')} \xi_j^{(v)} \xi_k^{(v')} = \\ & = \sum_1^n p r s t a_{pr, st} \lambda_h^{(p)} \lambda_i^{(r)} \lambda_j^{(s)} \lambda_k^{(t)}. \end{aligned} \right.$$

$$(D) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{d\omega_{\alpha i j}}{ds_l} - \frac{d\omega_{\alpha i l}}{ds_j} + \sum_1^n \omega_{\alpha i k} (\gamma_{kjl} - \gamma_{klj}) + \omega_{\alpha j k} \gamma_{kil} - \omega_{\alpha l k} \gamma_{hij} + \\ & + \sum_1^m \beta \left(\omega_{\beta i l} \frac{d\mu_{\alpha\beta}}{ds_j} - \omega_{\beta i j} \frac{d\mu_{\alpha\beta}}{ds_l} \right) + \sum_1^{n+m} c_{uu', vv'} c_{uu', vv'} \xi_\alpha^{(u')} \xi_i^{(u')} \xi_j^{(v)} \xi_l^{(v')} = 0. \end{aligned} \right.$$

4. Essendo

$$\xi_{h/u} = \sum_1^{n+m} c_{uv} \xi_h^{(v)},$$

se si indica con $\vartheta_{h/u}$ l'angolo, che la linea della congruenza $[h]$ fa colla linea coordinata y_u tracciata in V_{n+m} , si hanno le

$$(8) \quad \sqrt{c_{uu}} \cos \vartheta_{h/u} = \xi_{h/u},$$

per le quali le (B') si trasformano nelle

$$-\sqrt{c_{uu}} \operatorname{sen} \vartheta_{h/u} \frac{d\vartheta_{h/u}}{ds_k} = -\cos \vartheta_{h/u} \frac{d\sqrt{c_{uu}}}{ds_k} + \sum_1^m \alpha \omega_{hk} z_{\alpha/u} \\ - \sum_1^n \gamma_{ihk} \xi_{iu} + \sum_1^{n+m} c_{uv,w} \xi_k^{(v)} \xi_h^{(w)}.$$

Si supponga la varietà V_{n+m} euclidea e che y_1, y_2, \dots, y_{n+m} siano coordinate cartesiane ortogonali. — Le precedenti assumeranno la forma

$$(9) \quad -\operatorname{sen} \vartheta_{h/u} \frac{d\vartheta_{h/u}}{ds_k} = \sum_1^m \alpha \omega_{\alpha hk} z_{\alpha/u} - \sum_1^n \gamma_{ihk} \xi_{iu}.$$

Considerando poi un punto qualunque O di V_n e supponendo l'asse delle y_1 normale a V_n in O , in questo punto sarà

$$\vartheta_{h/1} = \frac{\pi}{2}, \quad \xi_{i/1} = 0,$$

e quindi le (9), per $u=1$, ci daranno

$$(10) \quad -\frac{d\vartheta_{h/1}}{ds_k} = \sum_1^m \alpha \omega_{\alpha hk} z_{\alpha/1}.$$

Poichè le $z_{1/1}, z_{2/1}, \dots, z_{m/1}$ sono i coseni degli angoli, che l'asse delle y_1 fa con m direzioni uscenti da O ed in questo punto normali fra di loro ed a V_n , il secondo membro della (10) può riguardarsi come la proiezione sulla direzione y_1 di un vettore normale a V_n e che secondo le direzioni ricordate ha le componenti $\omega_{\alpha hk}$.

Per $k=h$ la (10) ci dice che questo vettore preso in direzione opposta e proiettato sopra una qualunque direzione $[\beta]$ normale a V_n rappresenta la curvatura della proiezione della linea $[h]$ sulla giacitura piana $[h\beta]$ determinata dalle due direzioni $[h]$ e $[\beta]$. — Per questa ragione il vettore di componenti — $\omega_{\alpha hh}$ può chiamarsi *curvatura normale relativa a V_{n+m}* della congruenza $[h]$ di linee tracciate in V_n .

Per $k \neq h$ il vettore di componenti — $\omega_{\alpha hk}$ proiettato sulla direzione $[\beta]$ rappresenta l'angolo, che fanno fra di loro le direzioni di due linee $[h]$, di cui una passi per O e l'altra pel punto P vicinissimo ad O sulla direzione $[k]$, proiettato sulla giacitura piana $[h\beta]$ e diviso per OP . — Tenendo conto delle relazioni

$$\omega_{\alpha hk} = \omega_{\alpha kh},$$

che scendono dalle (6), si potrà dire che questo vettore rappresenta la *curvatura intermedia o mista relativa a V_{n+m}* delle due congruenze $[h]$ e $[k]$ di linee tracciate in V_n . — Si ha così un significato, per quanto so, non

ancora avvertito della torsione geodetica delle linee tracciate sulle ordinarie superficie.

Queste interpretazioni si estendono facilmente al caso, in cui la varietà V_{n+m} sia qualunque, avendo presente che ad essa per le considerazioni relative all'intorno di un determinato punto O possiamo sempre sostituire la varietà euclidea ad $n+m$ dimensioni tangente a V_{n+m} in O .

Se nelle (C) poniamo $k=i$, $h=j$, ne ricaviamo in particolare le

$$(C') \quad \begin{cases} \sum_1^m \alpha (\omega_{\alpha ii} \omega_{\alpha jj} - \omega_{\alpha ij}^2) + \frac{1}{4} \sum_1^{n+m} u'v' c_{u'v'} (\xi_i^{(u')} \xi_j^{(v')} - \xi_i^{(v')} \xi_j^{(u')}) (\xi_i^{(v)} \xi_j^{(v')} - \xi_i^{(v')} \xi_j^{(v)}) \\ - \xi_i^{(v')} \xi_j^{(v)} = \frac{1}{4} \sum_1^n p'r, st a_{p'r, st} (\lambda_i^{(p)} \lambda_j^{(r)} - \lambda_i^{(r)} \lambda_j^{(p)}) (\lambda_i^{(s)} \lambda_j^{(t)} - \lambda_i^{(t)} \lambda_j^{(s)}). \end{cases}$$

E poichè (M, IV, 4, (G)) $\omega_{\alpha ii} \omega_{\alpha jj} - \omega_{\alpha ij}^2$ è la espressione della curvatura totale della superficie geodetica di V_n passante per un punto qualunque O e determinata dalle due direzioni $[i]$ e $[j]$, considerata come appartenente alla varietà euclidea V_3 determinata da queste e dalla direzione $[\alpha]$, essa potrà dirsi *curvatura totale della giacitura $[ij]$ di V_n rispetto alla direzione $[\alpha]$ normale a V_n* . — Le formole (C') stabiliscono quindi il seguente teorema:

« Sia O un punto qualunque di una varietà V_n contenuta in una V_{n+m} ; « e siano $[1], [2], \dots, [m]$ m direzioni passanti per O ortogonali fra di loro « due a due e normali a V_n . — La somma delle curvature totali di una « superficie geodetica σ di V_n passante per O , comunque data, rispetto alle « direzioni $[1], [2], \dots, [m]$ è indipendente dalla scelta di queste ».

Designando poi questa col nome di *curvatura di σ relativa a V_{n+m}* , la (C') ci dice ancora che

« La curvatura di Gauss o curvatura assoluta di σ in ogni punto O è « eguale alla curvatura di σ relativa a V_{n+m} aumentata della curvatura « assoluta della superficie geodetica di V_{n+m} tangente a σ ».

Osserverò in fine che nel caso $n=3$, $m=1$ le formole (C) e (D) assumono rispettivamente la forma

$$\begin{aligned} \omega_{11} \omega_{22} - \omega_{12}^2 + \sum_1^3 uv \gamma^{(uv)} z_u z_v &= G \\ \frac{d\omega_{i1}}{dx_2} - \frac{d\omega_{i2}}{dx_1} + \sum_1^2 \omega_{ik} (\gamma_{k12} - \gamma_{k21}) + \omega_{1k} \gamma_{ki2} - \omega_{2k} \gamma_{ki1} & \\ = (-1)^i \sum_1^3 uv \gamma^{(uv)} z_u z_{i+1/v}, & \quad (i=1, 2) \end{aligned}$$

rappresentandosi con G l'invariante di Gauss relativo alla forma φ , e posto

$$c \cdot \gamma^{(uv)} = c_{u+1 \ u+2, \ v+1 \ v+2},$$

colla convenzione di considerare come equivalenti gli indici congrui rispetto al modulo 3.

Meccanica. — *Sopra alcuni particolari movimenti di un punto in un piano.* Nota I di E. DANIELE, presentata dal Socio VOLTERRA.

1. Il metodo esposto da Jacobi ⁽¹⁾ per risolvere il problema del movimento di un sistema di n punti quando le forze applicate ammettano una funzione potenziale indipendente dal tempo, dà luogo, per il moto di un sol punto in un piano, alla considerazione di certi sistemi ortogonali, la cui particolarità consiste in ciò, che uno qualunque di essi ha una delle sue famiglie costituita da traiettorie del punto ⁽²⁾. Precisamente, se U è la funzione potenziale e h la costante delle forze vive, ogni integrale della equazione

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)^2 = 2(U + h)$$

egualiato ad una costante rappresenta una famiglia di curve ortogonali ad un sistema di traiettorie del punto, per modo che da ogni integrale di quella equazione si deduce una famiglia di traiettorie del punto mobile. Se poi, insegna il metodo di Jacobi, indichiamo con $f(x, y, a)$ un integrale dell'equazione precedente contenente la costante arbitraria essenziale a , l'equazione

$$\frac{\partial f}{\partial a} = \text{cost.}$$

fornisce tutte le traiettorie del punto che corrispondono ad un medesimo valore della costante delle forze vive h ; e così si ottengono infiniti sistemi ortogonali, di cui una famiglia è formata di traiettorie, dipendenti dalla costante a e definiti dalle equazioni

$$(\alpha) \quad f(x, y, a) = \text{cost.}, \quad \frac{\partial f}{\partial a} = \text{cost.}$$

Si può ora domandare se fra questi sistemi ne esistano di quelli costi-

⁽¹⁾ *Vorlesungen ü. Dynamik*, 21. u. 22. Vorl.

⁽²⁾ Cfr. Darboux, *Leçons sur la théorie des surfaces*, t. II, livre V, chap. VI.

tuiti non da *una*, ma da *due* famiglie di traiettorie. È da una tale domanda che traggono origine questa breve Nota e un'altra che ad essa farà seguito. Da quanto verrà esponendo risulta che siffatti sistemi (necessariamente isotermi) non esistono nel movimento definito da una funzione potenziale affatto generica; per incontrarli bisogna assumere come funzione potenziale un integrale dell'equazione

$$(\beta) \quad \frac{\partial^2 \lg U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lg U}{\partial y^2} = 0,$$

e prendere la costante h eguale a zero (tolto il caso affatto ovvio in cui la forza applicata sia nulla).

Una volta riconosciuti, nei nn. 2 e 3, i movimenti ai quali dobbiamo limitare le nostre considerazioni, risolvo (n. 4) la questione di determinare effettivamente i sistemi, della natura che ho detto, corrispondenti a un dato movimento. Nel n. 5 mostro con un breve calcolo come nel caso attuale le due equazioni (α) non siano sostanzialmente distinte, secondo è da prevedersi. Dopo di avere, nella Nota II, fatto vedere che la determinazione dei sistemi in questione equivale alla ricerca delle geodetiche su una superficie sviluppabile (n. 6), applico, per fare un esempio, nei numeri seguenti la teoria svolta al caso delle forze centrali: almeno a quella classe di forze centrali la cui funzione potenziale soddisfa all'equazione (β).

2. TEOREMA. Se θ e θ_0 sono due integrali dell'equazione

$$(1) \quad \mathcal{A}_1 \theta \equiv \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 = 2(U + h)$$

tali che le linee $\theta = \text{cost.}$, $\theta_0 = \text{cost.}$ siano ortogonali, il sistema di linee (θ, θ_0) è isoterma.

Difatti, siccome le $\theta = \text{cost.}$ sono ortogonali ad una famiglia di traiettorie del punto, questa famiglia avrà per equazione differenziale

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} dx - \frac{\partial \theta}{\partial x} dy = 0;$$

ma le traiettorie ortogonali delle $\theta = \text{cost.}$ sono, d'altra parte, le linee $\theta_0 = \text{cost.}$, onde dovendo l'equazione precedente essere identica colla

$$\frac{\partial \theta_0}{\partial x} dx + \frac{\partial \theta_0}{\partial y} dy = 0,$$

dovrà aversi

$$(2) \quad \frac{\partial \theta_0}{\partial x} = k \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad \frac{\partial \theta_0}{\partial y} = -k \frac{\partial \theta}{\partial x},$$

indicando con k un fattore di proporzionalità. Da queste quadrando e sommando si deduce

$$A_1\theta_0 = k^2 A_1\theta$$

e poichè è

$$A_1\theta_0 = A_1\theta = 2(U + h),$$

ne viene

$$k^2 = 1.$$

Le (2) si riducono dunque a

$$\frac{\partial\theta_0}{\partial x} = \mp \frac{\partial\theta}{\partial y}, \quad \frac{\partial\theta_0}{\partial y} = \mp \frac{\partial\theta}{\partial x},$$

e queste dicono appunto che le linee $\theta = \text{cost.}$, $\theta_0 = \text{cost.}$ formano un sistema ortogonale isoterma.

Il teorema si può enunciare anche in questi termini: Se le linee $\theta = \text{cost.}$, $\theta_0 = \text{cost.}$, ortogonali fra loro, sono traiettorie del punto, il sistema ortogonale (θ, θ_0) è isoterma.

Viceversa: Se θ è un integrale della (1), ed ammette la funzione coniugata θ_0 , anche θ_0 è un integrale della (1), e le linee $\theta = \text{cost.}$, $\theta_0 = \text{cost.}$ formano un sistema ortogonale (isoterma) di traiettorie del punto.

Raccogliendo in un solo enunciato il teorema precedente col suo inverso, possiamo dire: *Condizione necessaria e sufficiente affinchè le linee $\theta = \text{cost.}$ formino, insieme colle linee ad esse ortogonali, un sistema di traiettorie del punto mobile, è che la funzione $\theta(x, y)$ verifichi simultaneamente le due equazioni*

$$(3) \quad A_1\theta = 2(U + h), \quad A_2\theta \equiv \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} = 0.$$

Quel sistema ortogonale è allora isoterma.

3. La questione di determinare i movimenti, nei quali sono possibili sistemi ortogonali composti esclusivamente di traiettorie del punto, è dunque ridotta a trovare le condizioni affinchè le due equazioni (3) abbiano una soluzione comune.

Derivando ora la prima delle (3) rispetto a x oppure rispetto a y , e tenendo conto della seconda, si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial\theta}{\partial x} \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial\theta}{\partial y} \frac{\partial^2\theta}{\partial x\partial y} &= \frac{\partial U}{\partial x} \\ - \frac{\partial\theta}{\partial y} \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial\theta}{\partial x} \frac{\partial^2\theta}{\partial x\partial y} &= \frac{\partial U}{\partial y}; \end{aligned}$$

queste, risolte rispetto a $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}$ danno:

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{2(U+h)} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} = \frac{1}{2(U+h)} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right), \end{cases}$$

e scrivendovi accanto l'altra

$$(4') \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{1}{2(U+h)} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right),$$

potremo dire che le condizioni cercate non sono altro che le condizioni d'integrabilità del sistema (4), (4'). Queste condizioni sono

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2},$$

ed eseguendo i calcoli si trova che si riducono all'unica

$$(5) \quad (U+h) A_2 U - A_1 U = 0.$$

La U non dipende altro che dalle coordinate x e y , e non contiene affatto la costante h , per cui dovendo l'equazione essere soddisfatta identicamente, dovrà aversi, fintantochè h non è nulla,

$$U A_2 U = A_1 U = 0.$$

Queste due condizioni si riassumono poi nell'unica

$$U = \text{costante}.$$

Abbiamo dunque: *l'unico movimento in cui esistano sistemi ortogonali (isotermi) composti di sole traiettorie del punto, e nei quali la costante delle forze vive non sia nulla, è il movimento rettilineo uniforme.* Quei sistemi ortogonali sono, in tal caso, formati dalle rette parallele ad una stessa direzione e dalle loro perpendicolari.

4. Lasciando da parte questo caso così semplice e supponendo ora $h = 0$, l'equazione di condizione (5) si riduce a

$$(5') \quad U A_2 U - A_1 U = 0,$$

e ci rimane da passare alla effettiva determinazione dei corrispondenti sistemi ortogonali di traiettorie. Il procedimento che terremo ci farà ritrovare per U la condizione (5'), e ridurrà il problema delle traiettorie alle quadrature.

Questo problema, per quanto si è detto, consiste nel trovare le soluzioni comuni alle equazioni (3) con $h=0$, cioè le soluzioni del sistema

$$(3') \quad A_1 \theta = 2U, \quad A_2 \theta = 0.$$

Posto

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \theta_1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \theta_2,$$

il sistema (3') è equivalente a quest'altro:

$$(3'') \quad \theta_1^2 + \theta_2^2 = 2U, \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + \frac{\partial \theta_2}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial y} - \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = 0.$$

Dalla prima di queste ricaviamo

$$\theta_2 = \pm \sqrt{2U - \theta_1^2},$$

e sostituendo nelle altre due otteniamo per θ_1 le equazioni

$$(6) \quad \begin{cases} 2 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = \mp \frac{\partial \lg U}{\partial y} \sqrt{2U - \theta_1^2} + \frac{\partial \lg U}{\partial x} \theta_1 \\ 2 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = \pm \frac{\partial \lg U}{\partial x} \sqrt{2U - \theta_1^2} + \frac{\partial \lg U}{\partial y} \theta_1. \end{cases}$$

Intanto la condizione di integrabilità

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \theta_1}{\partial y}$$

dà, osservando che deve aver luogo identicamente,

$$(7) \quad A_2 \lg U = 0,$$

e questa coincide precisamente coll'equazione (5') (1).

Le (6) poi si integrano subito facendo la sostituzione

$$\theta_1 = \pm \sqrt{2U} \varphi,$$

poichè con ciò si trasformano nelle altre

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \lg U}{\partial y} \sqrt{1 - \varphi^2} &= 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial \lg U}{\partial x} \sqrt{1 - \varphi^2} &= 0, \end{aligned}$$

(1) L'equazione di condizione che s'è trovata per la U , si può interpretare dicendo che le linee $U = \text{cost.}$ (equipotenziali) insieme colle loro traiettorie ortogonali (linee di forza) debbono formare un sistema isoterma.

dalle quali si deduce integrando:

$$\arcsin \varphi = \frac{1}{2} \int \left(\frac{\partial \lg U}{\partial x} dy - \frac{\partial \lg U}{\partial y} dx \right) + a,$$

a essendo una costante arbitraria. Si ha quindi

$$(8) \quad \begin{cases} \theta_1 = \pm \sqrt{2U} \sin \left[a + \frac{1}{2} \int \left(\frac{\partial \lg U}{\partial x} dy - \frac{\partial \lg U}{\partial y} dx \right) \right] \\ \theta_2 = \pm \sqrt{2U} \cos \left[a + \frac{1}{2} \int \left(\frac{\partial \lg U}{\partial x} dy - \frac{\partial \lg U}{\partial y} dx \right) \right], \end{cases}$$

e la funzione θ che si cerca vien data dalla formola

$$(9) \quad \theta = \int (\theta_1 dx + \theta_2 dy).$$

Le formole (8) e (9) risolvono il problema: s'intende che la U che vi figura dev'essere un integrale della (7).

5. La funzione θ data dalla (9) contiene la costante arbitraria a non additiva; quindi sono infiniti i sistemi isotermi, composti di sole traiettorie, corrispondenti ad una data funzione potenziale. Anzi si può dire che questi sistemi esauriscono tutte le traiettorie del punto. Difatti, per il modo come θ contiene la costante a , secondo la teoria di Jacobi queste ultime sono *tutte* rappresentate dall'equazione

$$\frac{\partial \theta}{\partial a} = \text{cost.},$$

ed i nostri sistemi isotermi sono appunto quelli costituiti dalle coppie di famiglie $\theta(x, y, a) = \text{cost.}, \frac{\partial \theta}{\partial a} = \text{cost.}$

A questo punto si rende palese una notevole particolarità dei movimenti che studiamo, in relazione col metodo di Jacobi. Siccome i sistemi isotermi che abbiamo segnalato sono formati esclusivamente di traiettorie del punto, ne viene che anche l'equazione $\theta(x, y, a) = \text{cost.}$ deve rappresentare tutte le traiettorie, e quindi si può sostituire all'altra $\frac{\partial \theta}{\partial a} = \text{cost.}$ Il procedimento generale che conduce alla determinazione delle traiettorie si semplifica dunque in quei casi in cui la funzione potenziale verifica la (7) ed è nulla la costante delle forze vive; poichè una volta calcolata la θ mediante le formule (8) e (9), si hanno senz'altro le traiettorie eguagliando θ ad una costante arbitraria.

Sarà bene mostrare direttamente sulle formole come la cosa accada. In sostanza bisogna far vedere che le due equazioni

$$\theta(x, y, a) = b, \quad \frac{\partial \theta}{\partial a} \equiv \theta'(x, y, a') = b'$$

rappresentano le medesime linee; ossia, che se L è una linea di equazione $\theta(x, y, a) = b$, dove a e b hanno certi valori determinati, dev'essere possibile attribuire ad a' e b' valori tali che l'equazione $\theta'(x, y, a') = b'$ rappresenti ancora la stessa linea: il che equivale a dire che si deve poter esprimere a' e b' in funzione di a e b in modo che le due equazioni

$$(10) \quad \theta(x, y, a) = b, \quad \theta'(x, y, a') = b'$$

coincidano.

Ora ponendo per brevità

$$\int \left(\frac{\partial \lg U}{\partial x} dy - \frac{\partial \lg U}{\partial y} dx \right) = 2P,$$

le (8) si scrivono

$$(8') \quad \theta_1 = \pm \sqrt{2U} \sin(a + P), \quad \theta_2 = \pm \sqrt{2U} \cos(a + P),$$

onde

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial a} = \theta_2, \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial a} = -\theta_1;$$

avremo quindi dalla (9):

$$\frac{\partial \theta}{\partial a} = \int \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial a} dx + \frac{\partial \theta_2}{\partial a} dy \right) = \int (\theta_2 dx - \theta_1 dy),$$

e che $\theta_2 dx - \theta_1 dy$ sia un differenziale esatto risulta dalla seconda delle (3''). Le equazioni (10), cioè

$$(10') \quad \begin{cases} \int \theta_1(x, y, a) dx + \theta_2(x, y, a) dy = b \\ \int \theta_2(x, y, a') dx - \theta_1(x, y, a') dy = b' \end{cases}$$

si riducono allora l'una all'altra mediante la sostituzione

$$(11) \quad a' = a + (4k + 1)\frac{\pi}{2}, \quad b' = -b,$$

con k intero qualunque; difatti si ha dalle (8') e (11):

$$\begin{aligned} \theta_1(x, y, a') &= \pm \sqrt{2U} \sin(a' + P) = \pm \sqrt{2U} \cos(a + P) = \theta_2(x, y, a) \\ \theta_2(x, y, a') &= \pm \sqrt{2U} \cos(a' + P) = \mp \sqrt{2U} \sin(a + P) = -\theta_1(x, y, a), \end{aligned}$$

per cui sostituendo nella seconda delle (10') e leggendovi $-b$ in luogo di b' , essa si identifica colla prima.

Fisica. — *Ricerche di radioattività indotta.* Nota III di ALFONSO SELLA, presentata dal Socio BLASERNA.

1. Nella Nota precedente (Rendiconti, XI, pag. 242) ho annunciato che lasciando a lungo l'aria esposta all'emanazione dell'ossido di torio in spazio chiuso e provocando poi in seno a quest'aria un effluvio elettrico fra punta e piano, si trova radioattiva quella porzione del piano che è colpito dall'effluvio e con contorni che corrispondono a quelli delle figure elettriche del Kundt.

Mi sia ora permesso di fermarmi un momento sopra i processi seguiti per ottenere queste figure. Esse furono ottenute dal Kundt nel 1869 nel seguente modo. Ad una lamina metallica è affacciata una punta; si ricopre la lamina di polvere di lycopodio e poi la si elettrizza tenendo la punta al suolo; soffiando via la polvere sulla lamina, rimane aderente un cerchio di polvere a contorni molto netti, sotto la punta, e qualunque sia il segno della elettrizzazione. Il Righi ha mostrato nei suoi lavori sulle ombre elettriche come queste figure si possono ottenere direttamente colla fotografia, ricoprendo la lamina con una lastra sensibile, ed Holtz ha osservato il cerchio del Kundt come fenomeno luminoso ricoprendo la lamina di una stoffa di seta. Recentemente il De Heen ha riottenuto le figure del Kundt avvicinando una fiamma, ovvero una punta, ad una superficie isolante elettrizzata e poi lasciandovi cadere sopra della polvere di zolfo.

Ma queste figure si possono ottenere immediatamente nel seguente modo: si provoca l'effluvio fra punta e piano in aria contenente minutissime particelle in sospensione, ottenute facendo ardere nelle vicinanze una fiamma fumosa od un nastro di magnesio. Le particelle vanno immediatamente a depositarsi sulla lamina secondo le figure del Kundt. Questa disposizione è molto comoda per dimostrare tutte le circostanze, che influiscono sovra queste figure, come distanza della punta dal piano, segno elettrico della punta, e la deformazione subita dai cerchi, quando alla lamina si affacciano più punte da essa equidistanti. Ma di tutto questo non è ora il caso di occuparci e ne ho parlato solo in via incidentale. Mi preme solo di rilevare il modo, col quale avviene questa deposizione delle particelle sospese nell'aria sulla lamina metallica.

Le ricerche di Nahrwold, Aitken, Lodge, R. v. Helmholtz, Vandeyver hanno dimostrato la flocculazione quasi istantanea delle polveri e dei fumi sospesi nell'aria e la sparizione della nebbia in vicinanza di conduttori ad alto potenziale. Il metodo di ottenere le figure del Kundt, che sopra ho riferito,

mostra adesso dove vanno a battere le particelle sospese nell'aria; esse, elettrizzate dall'effluvio partente dai conduttori, vanno a fissarsi sui corpi investiti dal soffio elettrico.

2. Ritorniamo ora alla esperienza, che ho riferito in principio. Presento nell'unita figura la riproduzione di una fotografia ottenuta prendendo una lamina, attivata con tre punte in aria esposta a lungo alle emanazioni dell'ossido di torio, ricoprendola con carta nera opaca e poi sovrapponendo ad essa una lastra sensibile. La figura è identica a quella che si osserva direttamente sulla lastra, quando si fa avvenire l'effluvio in aria contenente particelle sospese e si può ben dire *figura del Kundt radioattiva*. Essa si ot-



tiene con punte sia negative, sia positive; e questo mostra che la piccola carica positiva propria delle particelle dell'emanazione torica, dimostrata dal fatto che in campi elettrici deboli esse si muovono nel senso delle linee di forza, non entra in giuoco; ma che si deve immaginare che esse particelle attive stando a lungo nell'aria in un recipiente chiuso si attaccano ad aggregati molecolari piuttosto considerevoli, i quali si comportano poi come le particelle di fumo sospese.

Se le cose stanno così, è presumibile che mettendo due sistemi di lamina e punta nel medesimo spazio chiuso, provocando per brevi istanti l'effluvio in un sistema, l'aria, per così dire, si purificherà immediatamente ed un effluvio successivo nel secondo sistema non potrà più produrre alcuna attivazione. L'esperienza ha confermato pienamente questa veduta. In una medesima cassa della capacità di circa 300 litri, dalle due parti della bacinella contenente l'ossido torico e ad una stessa distanza posi due lamine colle rispettive punte affacciate; quattro fili adduttori uscivano dalla cassa. Lasciata la cassa chiusa per 24 ore, eccitai una prima lamina per un minuto e poi subito dopo la seconda. La prima lamina si trovò fortemente attiva e la se-

conda mostrò una traccia di attivazione, quale viene assunta da una lamina lasciata a sè in un ambiente contenente emanazioni toriche.

E lo stesso fatto della immediata purificazione dell'aria per un effluvio risulta anche da questo, che per attivare una lamina basta una durata brevissima dell'effluvio, un quarto d'ora non producendo un effetto maggiore di un minuto.

E si comprende ora, perchè l'effluvio, che si ottiene ponendo punta e piano in comunicazione coi poli di un trasformatore Tesla, non attivi la lastra, come ho riferito nella Nota precedente. Infatti si conosce (Lehmann) che in queste condizioni non si produce vento elettrico.

3. Un'altra conseguenza probabile della struttura grossolana, per così dire, delle particelle attive sarebbe che esse si possono raccogliere per altre vie, oltre l'elettrica, come p. es. filtrando l'aria attraverso l'ovatta. Si rinchiuse l'ossido di torio in una cassa munita di due fori e poi per uno di questi si produsse un'aspirazione mediante un tubo collegato con un aspiratore ad acqua ed interponendo nel tubo un batuffolo di ovatta leggermente compressa; proseguendo l'aspirazione sino a che tutta l'aria contenuta nella cassa (come al solito in riposo da 24 ore) fosse rinnovata. Cimentando poscia il filtro di ovatta all'apparecchio di misura, constatai che l'ovatta aveva acquistato intense proprietà radioattive. E l'aria filtrata perde d'altra parte le proprietà, che ho ritrovato per l'aria stata a lungo in riposo in presenza di emanazioni toriche. Così quell'aria filtrata portata in una seconda cassa, dove funzioni un effluvio fra punta e piano, non genera più alcuna attività nella lamina, mentre che ciò avviene se l'aria non è stata filtrata ed in eguale misura quasi, come se la lamina fosse attivata nella cassa principale. E così disponendo di seguito due filtri nello stesso percorso, il secondo non presenta più tracce di attività.

Facendo gorgogliare l'aria estratta dalla cassa principale in acqua, questa arresta una parte delle particelle attive. Questo si constata evaporando a secco l'acqua in una capsula metallica e poi cimentando la capsula, che si ritrova radioattiva. L'impovertimento dell'aria gorgogliata si dimostra poi mediante un effluvio prodotto nella seconda cassa. L'attivazione dell'ovatta è dello stesso genere di quella provocata su lamine metalliche dal processo elettrico e questo risulta dal modo con cui varia col tempo. Aria fresca che passa sopra l'ossido di torio e che trascina con sè l'emanazione torica non viene alterata filtrando attraverso l'ovatta o gorgogliando nell'acqua, secondo quanto è stato osservato dal Rutherford. Tutto questo mostra quali profonde modificazioni subisca l'emanazione torica mantenuta lungo tempo in recipienti chiusi.

4. Le esperienze precedenti si riferiscono tutte ad aria esposta a lungo ad emanazioni toriche, ma mi hanno servito — stante la maggiore intensità

degli effetti — di guida e di schiarimento per lo studio dell'aria atmosferica ordinaria. Vengo ora alle esperienze istituite con quest'ultima.

Provocando un effluvio fra punta e piano per pochi minuti in una cantina chiusa da lungo tempo — operavo nella stanza a temperatura costante dell'Istituto Fisico di Roma, la quale non ha altra apertura all'infuori della porta — si ottiene una forte attivazione della lamina. L'effluvio si può provocare con una macchinetta ad influenza, ma più comodamente, stante la facilità con cui la macchina si diseccita in un ambiente alquanto umido, con un rocchetto Ruhmkorff di dimensioni medie e colla seguente disposizione. Il polo negativo del rocchetto è a terra, l'altro in comunicazione con un filo che termina a punta; affacciato a questa si trova un disco metallico in comunicazione coll'armatura interna di una boccia di Leida di dimensioni medie, la cui armatura esterna è al suolo. Dall'armatura interna parte una resistenza liquida costituita da un lungo tubo capillare di vetro ripieno di acqua distillata, al cui altro estremo è collegata la lamina da attivarsi; finalmente affacciate a questa lamina si trovano le punte collegate col suolo.

Attivata una prima lamina, se si passa ad elettrizzare una seconda e poi successivamente una terza, si nota una attivazione sempre decrescente. La spiegazione scaturisce subito dalle esperienze, che ho riferito più sopra; l'aria della stanza va successivamente purificandosi dalle particelle attive in essa sospese.

Poi passai ad una filtrazione dell'aria. Nel mezzo della stanza arrivava dall'esterno un lungo tubo, alla cui estremità era posto un filtro di ovatta. Dal di fuori si poteva produrre un'aspirazione costringendo l'aria della stanza a filtrare attraverso l'ovatta; dopo alcune ore di aspirazione l'ovatta cementata all'apparecchio di misura diede segni molto netti di attivazione. L'ovatta, lasciata a sè, perde rapidamente le sue proprietà attive, molto più che non quando ha filtrato dell'aria contenente le emanazioni toriche. Questa differenza, che si ritrova costantemente, quando si paragonano corpi attivati con aria atmosferica ordinaria o con aria artificialmente provveduta di emanazioni toriche è molto caratteristica e prova che, malgrado tutte le analogie, esiste una differenza profonda fra l'attivazione dovuta all'emanazione torica e quella prodotta dalle particelle attive contenute nell'aria atmosferica.

5. Ho anche istituito delle esperienze per vedere il comportamento di aria stata esposta a lungo all'emanazione torica portata poi in un ambiente non contenente ossido di torio e poi lasciata a sè; e per questo ho fatto uso, come al 3, di due casse collegate con un tubo, nella prima delle quali era l'ossido torico e nella seconda la lamina colle punte affacciate. Se ora si produce l'effluvio nella seconda cassa ad intervalli diversi dopo di averla riempita di aria estratta dalla prima (si intende riempiendola ad ogni esperienza), si può giudicare delle modificazioni subite da quest'aria col tempo.

La proprietà di attivare la lastra si mantiene quasi costante nelle prime tre ore; è ridotta circa alla metà dopo 6 ore, e dopo 16 al sesto.

6. Ho voluto anche ricercare se si può fissare le particelle attive su di un isolante investito dal soffio elettrico. A tale uopo adottai la seguente disposizione. Alle punte al suolo era affacciata una lastra di vetro, la cui superficie posteriore era ricoperta nella parte centrale da stagnola, che veniva elettrizzata. L'effluvio dalle punte si produce meno bene in queste condizioni, non avvenendo lo scambio elettrico, e perciò non è a raccomandarsi l'uso di una macchina elettrostatica, che si disecca facilmente. Meglio è adoperare il rocchetto colla disposizione descritta al 4.

Per cimentare adesso la lastra isolante all'apparecchio di misura descritto nella Nota precedente, si dovette ricorrere all'artificio di ricoprire la faccia della lastra stata esposta all'effluvio con un foglio di stagnola. Così si aveva una superficie conduttrice; però i raggi emanati dalla lastra di vetro attivata dovevano prima attraversare la stagnola, di cui peraltro conoscevo per esperienze preliminari il potere assorbente. La lastra di vetro mostrò un'attivazione molto minore di quella ottenuta a condizioni eguali da una lastra metallica, ma sempre molto notevole, e la minore attivazione può anche spiegarsi in parte colla minore energia o concentrazione del soffio.

7. Ricorderò ora una prova in cui ho tentato di attivare una lastra, col solito processo elettrico, in aria chiusa, in cui avevo posto del fosforo umido ossidantesi, che notoriamente rende l'aria fortemente conduttrice. L'esperienza diede risultato negativo.

8. Riferirò in fine i risultati preliminari di alcune esperienze ancora in corso, istituite per decidere se si ottiene una radioattività sugli elettrodi, quando si elettrolizza una soluzione di nitrato torico. A tale scopo presi il liquido detto commercialmente « liquido Auer » che è una soluzione concentrata di nitrato di torio con poco nitrato di cerio, e lo acidificai fortemente con acido nitrico. Facendo passare una corrente debole in modo che si noti appena uno svolgimento di bollicine agli elettrodi, si trova fortemente attivo l'elettrodo negativo. È da osservarsi che con corrente intensa ed a caldo si ottiene un deposito metallico agli elettrodi, la cui natura sta ora studiando il dott. Montemartini.

Noto che la radioattività così ottenuta va decrescendo col tempo, come quelle prodotte coi processi precedenti; la quale circostanza gioverà a caratterizzarne la natura.

Nessun risultato ottenni elettrolizzando una soluzione acida di nitrato di uranio.

Fisica. — *Su due nuovi fenomeni magneto-ottici osservati normalmente alle linee di forza.* Nota preliminare di QUIRINO MAJORANA, presentata dal Socio BLASERNA.

Pensando alla natura intima del fenomeno scoperto nel 1875 dal dott. Kerr, alla birifrangenza cioè generata da un campo elettrostatico agente su di un dielettrico solido o liquido, la possibilità di un analogo fenomeno in un campo magnetico scaturisce immediatamente. Nelle esperienze di Kerr si tratta di forze elettrostatiche agenti, parallelamente alla direzione del campo, sulle particelle ultime di un mezzo materiale isolante, forze che, distruggendo la isotropia del mezzo, generano i fenomeni di birifrangenza. Considerando invece un campo magnetico che investa una sostanza sensibilmente magnetica, si deve riconoscere che, anche in tal caso, debbano esistere delle forze tra le minime particelle di essa, le quali, se la materia è sufficientemente deformabile od orientabile nella sua ultima struttura, possano generare birifrangenza, normalmente alle linee di forza del campo.

Veramente dai notevoli lavori di Voigt, risulterebbe che in questa direzione, tutte le sostanze, dotate di forte potere rotatorio magnetico, dovrebbero divenire birifrangenti. E anzi, lo stesso Voigt ha trovato la birifrangenza magnetica nei vapori di sodio, e l'ha cercata inutilmente nel flint. Inoltre Cornu, da pochi giorni mancato ai vivi, accennava a fenomeni caratteristici che si dovrebbero osservare normalmente alle linee di forza di un campo magnetico.

Prescindendo dalle idee teoriche e dalle esperienze dei due eminenti fisici citati, ho intrapreso da qualche tempo delle ricerche sperimentali, unicamente guidato dall'intento di verificare la giustezza o meno dell'idea più sopra esposta.

È mio scopo di accennare in questa breve Nota, sorvolando sui numerosi tentativi infruttuosi che precedettero, alla reale constatazione da me fatta di casi di netta birifrangenza di speciali sostanze magnetiche in soluzioni acquose, e di un secondo fenomeno, del tutto nuovo anche per la sua natura, presentato dalle stesse soluzioni.

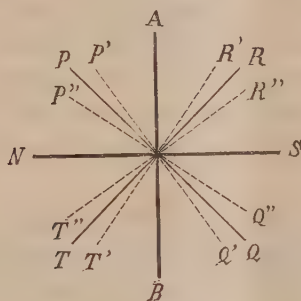
La *birifrangenza magnetica* è presentata in piccolissima misura dal *cloruro ferroso* in soluzione non molto concentrata, ed in grado notevolissimo da talune varietà di *ferro dializzato* od *ossido ferrico in soluzione colloidale*. Alcuni campioni di quest'ultimo liquido, così incerto nella sua struttura molecolare, diluiti in tant'acqua da sembrare pressochè incolori, contenuti in vasette trasparenti lunghe 7 cm., e sotto l'azione di campi magnetici di 18000 unità circa, presentano un potere birifrangente uguale

a circa $\frac{1}{4}$ di lunghezza d'onda nel giallo, sicchè *luce polarizzata linearmente, dopo aver traversato il liquido, resta trasformata in luce polarizzata circolarmente*. Il fenomeno è per altri campioni di quella sostanza, nullo o quasi, e per altri è misto al secondo fenomeno di cui parlo più sotto. Quando si ha da fare realmente con una netta birifrangenza, la si può compensare talvolta comprimendo un pezzo di vetro parallelamente alle linee di forza (*birifrangenza positiva*), e in altri casi stirando il vetro (*birifrangenza negativa*).

Continuando lo studio della birifrangenza, mi sono imbattuto in un altro fenomeno, il quale è generalmente presentato da speciali soluzioni di *cloruro ferrico che hanno agito su idrati di ferro*.

Esso consiste in una rotazione del piano di polarizzazione della luce, quando questo piano non è parallelo o normale alle linee di forza. Tali rotazioni sono indipendenti dal senso del campo, talchè sono da distinguersi, anche per tal riguardo, dalle rotazioni Faraday. Le indicherò sotto il nome di *rotazioni bimagnetiche*, per ricordare che probabilmente, oltre all'azione magnetica del campo e a speciali proprietà molecolari della sostanza attiva, anche le proprietà magnetiche di questa sono cause del fenomeno.

Per chiarire sin d'ora la natura di questo fenomeno, sia *NS* la direzione del campo magnetico. Se la luce, propagandosi normalmente al piano



della figura, ha il suo piano di polarizzazione su *NS* o su *AB*, non si osserva alcun fenomeno, eccitando il campo; ma se quel piano è su *RT* o su *PQ*, esso rota portandosi nei due casi, rispettivamente in *R'T'* e *P'Q'*. Voglio chiamare questo fenomeno *positivo*, per distinguerlo da altri casi in cui, campioni di liquidi attivi fanno rotare i piani predetti in *R''T''* e *P''Q''* (*rotazione bimagnetica negativa*). Il fenomeno è massimo per le posizioni *PQ* ed *RT*, a 45° sulle linee di forza.

La birifrangenza magnetica e la rotazione bimagnetica, sieno esse positive o negative, sono quattro fenomeni che si presentano in condizioni speciali del liquido magnetico su cui si sperimenta. Ho già proceduto alla individualizzazione di liquidi che hanno distintamente qualcuna di quelle proprietà;

ma il problema, già difficile da questo riguardo, si complica perchè sembra che talvolta più di uno dei fenomeni accennati si presentino contemporaneamente.

Mi riservo, dunque, di dire prossimamente i risultati più concreti delle mie esperienze.

Fisica. — *Sulla influenza dell'elettrizzazione sulla velocità di evaporazione.* Nota di A. POCHETTINO, presentata dal Socio BLASERNA.

Poche e contraddittorie sono le ricerche sperimentali dirette, fin ad ora compiute, per determinare l'influenza dell'elettrizzazione sulla velocità di evaporazione di un liquido ⁽¹⁾. Già Nollet e Cavallo trovarono che l'elettrizzazione di una superficie liquida ne accelera la evaporazione, mentre Van Marum e Pfaff non credettero poterle attribuire questa proprietà. Ricerche più complete furono poi compiute dal Peltier e dal Mascart ⁽²⁾, elettrizzando fortemente un corpo di fronte ad una bacinella ripiena del liquido da studiare e misurando poi la velocità di evaporazione: misure compiute in numero molto grande e cercando di evitare tutte le possibili influenze esterne, diedero come risultato che l'evaporazione in quelle condizioni è circa doppia di quella che si ha quando il corpo di fronte alla bacinella è scarico.

Lecher ⁽³⁾, ripetendo le esperienze del Mascart, trovò confermati i fatti da lui osservati, ma, indagandone la ragione, giunse alla conclusione che la più grande velocità di evaporazione osservata dal Mascart non era che una conseguenza del vento elettrico producentesi intorno ai corpi portati ad elevato potenziale.

Crookes ⁽⁴⁾ e Wirtz ⁽⁵⁾ elettrizzarono direttamente il liquido, posto entro bacinelle isolate, mediante un rocchetto d'induzione o una macchina Holtz; e misurarono la quantità di liquido evaporantesi, ma giunsero a risultati contraddittorî. Il Crookes trovò che non vi è alcuna differenza nella velocità di evaporazione fra il liquido scarico e lo stesso carico positivamente, mentre il liquido carico negativamente evaporava più in fretta. Il Wirtz invece dalle sue numerose misure, sulle quali però nella Memoria, quale è nei Wiedemann's Annalen, non è riportato alcun dato numerico, credette poter concludere che l'elettrizzazione di un liquido, qualunque sia il suo segno, ne ritarda l'eva-

⁽¹⁾ Per velocità di evaporazione intenderemo la quantità di liquido evaporata nell'unità di tempo.

⁽²⁾ Comptes Rendus, 86, pag. 575, 1878.

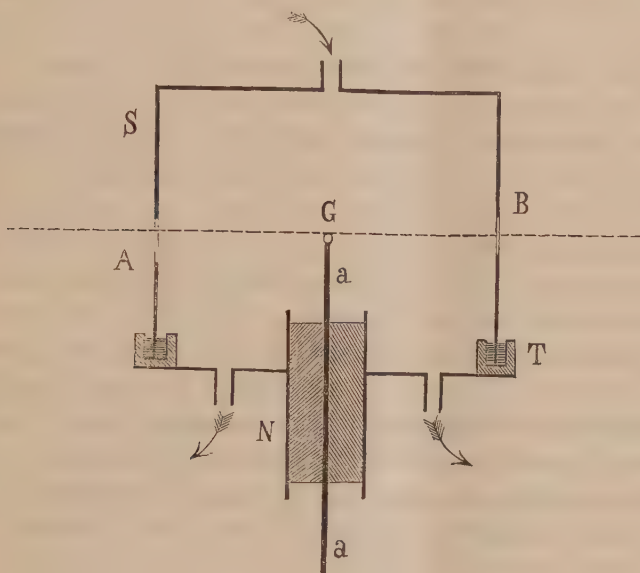
⁽³⁾ Wien. Ber. 96 (2), pag. 103.

⁽⁴⁾ Proc. Roy. Soc. 50, pag. 88, 1891.

⁽⁵⁾ Wied. Ann. 37, pag. 516, 1887.

porazione, e che un'elettrizzazione positiva la ritarda di più che non una negativa.

Come si vede, nel campo sperimentale le conclusioni sono molto contraddittorie ed incerte; ho voluto quindi tentar di cercare il modo di porre in evidenza quest'effetto, malgrado la sua piccolezza, evitando, per quanto fosse possibile, tutte le cause d'errore che possono influire sull'andamento del fenomeno e ci sono riuscito nel modo seguente.



Invece di far evaporare l'acqua o il liquido da studiare da una bacinella e ricorrere alla bilancia per determinare le quantità di liquido evaporate, il che avrebbe richiesto disposizioni sperimentali o manipolazioni che avrebbero potuto introdurre cause d'errore non lievi, ho pensato di misurare mediante un catetometro la diminuzione del diametro verticale di una goccia del liquido posta all'estremità di un'asticella metallica in comunicazione colla sorgente di elettricità.

La disposizione sperimentale risulta senz'altro chiara dalla figura annessa: la goccia G si depositava con un contagocce su una specie di piccola scodella incavata all'estremità di un'asticciuola di ottone α del diametro di circa 2 millimetri attraversante un tappo di paraffina N; la goccia veniva così ad occupare il centro di una scatola metallica cilindrica S, munita di chiusura a mercurio T, e posta in comunicazione col suolo.

Onde operare sempre alle medesime condizioni ed evitare la variabilità dello stato igrometrico dell'ambiente in cui veniva a trovarsi la goccia, me-

dian­te un aspi­ra­to­re ad ac­qua si fa­ce­va pas­sa­re una len­ti­ssi­ma cor­ren­te d'aria sul­la goc­cia nel mo­do il più pos­si­bil­men­te sim­me­tri­co; per dis­se­cca­re que­sta aria la si fa­ce­va gor­go­gliare pri­ma in una boc­cia con­te­nen­te acido solfo­rico pu­ro, quin­di pas­sa­re per una se­rie di 8 tu­bi ri­pie­ni di clo­ru­ro di cal­cio pu­ro e se­cco, e per un tu­bo con­te­nen­te del so­dio me­tal­lico; per pri­va­re poi que­st'aria del pul­vis­co­lo si fa­ce­va pas­sa­re da ul­ti­mo per un tu­bo con­te­nen­te della bam­ba­gia secca e ben pres­sa­ta.

Il pe­ri­co­lo di un e­ven­tu­ale ar­ri­vo di umi­di­tà dall'aspi­ra­to­re in S ve­ni­va ov­via­to me­di­an­te un al­tro tu­bo a clo­ru­ro di cal­cio in­se­ri­to fra S e l'aspi­ra­to­re.

At­tra­ver­so una fi­ne­stra con ve­tro mas­ti­cia­to A si os­ser­va­va la goc­cia il­lu­mi­na­ta sull'al­tra par­te me­di­an­te una fiam­ma a gas pos­ta di­etro la fi­ne­stra B, e si de­ter­mi­na­va di quan­to di­mi­nu­iva il dia­me­tro ver­ti­cale della goc­cia du­ran­te mezz'ora me­di­an­te un ca­te­to­me­tro il cui can­no­cchia­le, mu­ni­to di spe­cia­le ob­biet­ti­vo e di un mi­cro­me­tro ocu­lare a fi­lo mo­bile, per­met­te­va di va­lu­ta­re va­ria­zio­ni di de­tto dia­me­tro di $\frac{1}{200}$ di mil­li­me­tro. La ve­lo­ci­tà del flus­so d'aria secca in­ve­sten­te la goc­cia ve­ni­va man­te­nu­ta co­stan­te re­golando l'aspi­ra­to­re me­di­an­te ap­po­si­to ru­bi­ne­to, fin­chè at­tra­ver­so l'acido solfo­rico della pri­ma boc­cia non pas­sa­va un de­ter­mi­na­to nu­me­ro di bol­le per mi­nu­to se­con­do. L'in­va­ria­bi­li­tà della po­si­zio­ne mu­tua del can­no­cchia­le del ca­te­to­me­tro e dell'as­ti­cel­la α ve­ni­va con­tro­lla­ta re­golar­men­te, de­ter­mi­nan­do pri­ma d'ogni mi­su­ra col ca­te­to­me­tro la po­si­zio­ne dell'or­lo su­pe­rio­re dell'as­ti­cel­la α . L'e­let­tri­zza­zio­ne si fa­ce­va me­di­an­te una mac­chi­na ad ac­qua del Thom­son, il cui fun­zio­na­men­to ve­ni­va sor­ve­gliato me­di­an­te un e­let­tro­me­tro pos­to in co­mu­ni­ca­zio­ne con α .

Le mi­su­re ven­ne­ro fat­te al­ter­na­ti­va­men­te col­la goc­cia car­ica e col­la goc­cia scar­ica; i ri­sul­ta­ti ot­te­nu­ti so­no com­pen­diati nelle se­guen­ti ta­bel­le, ove i nu­me­ri ri­por­ta­ti rap­pre­sen­ta­no in due­cen­te­si­mi di mil­li­me­tro, la di­mi­nu­zio­ne ma­ni­fes­ta­ta­si in un cer­to tem­po nel dia­me­tro ver­ti­cale della goc­cia.

Liquido: acqua comune.

Portata della corrente d'aria secca: 50 cm.³ al 1'.

Temperatura: 11°.

Diametro della goccia: 2 millimetri circa.

Durata dell'esperienza: 30'.

Elettrizzazione negativa a — 3000 Volta circa.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Goccia carica	29,5	28,6	30	29	29,5	30,6
” scarica	32	31,9	33	32,1	31,8	32,8
” carica	29,5	29	30,5	29,6	29,8	30,0

Liquido: acqua distillata; il resto come sopra.

	I.	II.		III.
Goccia carica	27,5	25	goccia scarica	30,2
" scarica	30,1	29	" carica	28,5
" carica	28,1	25	" scarica	30,1

Ho voluto quindi provare un liquido che evaporasse molto più lentamente, e ho scelto l'anetolo coi seguenti risultati:

Liquido: anetolo.

Portata della corrente d'aria secca: 60 cm.³ al l'.

Elettrizzazione negativa a — 3000 Volta circa.

Temperatura: 11°.

Diametro della goccia: 2 millimetri circa.

Durata dell'esperienza: 60'.

	I.	II.
Goccia carica	28	29,2
" scarica	32,8	32,6
" carica	27	26

È dunque certo che l'elettrizzazione ritarda l'evaporazione debolmente, ma in modo sensibile.

Ora, ricorrendo ad un ragionamento analogo a quello col quale W. Thomson ⁽¹⁾ riuscì a dimostrare l'influenza delle forze capillari sulla tensione del vapore sovrastante ad una superficie liquida, si può dimostrare che la tensione del vapore sovrastante ad una superficie liquida elettrizzata evaporantesi è, a parità di temperatura, più piccola di quella che esisterebbe se la superficie non fosse elettrizzata, di una quantità eguale a $2\pi\sigma^2 \frac{\delta}{d}$ ⁽²⁾ δ essendo la densità del vapore, d quella del liquido, σ la densità elettrica superficiale ⁽³⁾, il che dunque importa una diminuzione nella velocità d'evaporazione conforme ai risultati sperimentali.

(1) Proc. of the Roy. Soc. Edinburgh., febr. 7, 1870.

(2) F. de Phys. 1884 (2), 3, pag. 443.

(3) Considerando il caso di una goccia e confrontando questa variazione nella tensione del vapore dovuta alla sola elettrizzazione con quella: $\frac{2T}{e} \frac{\delta}{d}$ dovuta alla capillarità

(T = tensione superficiale e e = raggio di curvatura della goccia), si arriva facilmente a trovare quale dovrebbe essere il raggio di una goccia affinchè le due azioni dell'elettrizzazione, che tende a diminuire la evaporazione, e della capillarità che tende ad accelerarla, si compensassero; si ha così:

$$e^3 = \frac{e^2}{16\pi T^2},$$

e essendo la carica elettrica della goccia; formola identica a quella trovata da J. J. Thomson e riportata nel suo libro: *Die Entladung der Elektrizität durch Gase*, pag. 10.

Noi possiamo però ora domandarci quale sarebbe, secondo le considerazioni teoriche cui ho accennato, la diminuzione della tensione del vapore acqueo sovrastante ad una goccia d'acqua delle dimensioni da me usate, e nelle condizioni verificantisi nelle mie esperienze. Si arriva allora al seguente risultato: la diminuzione della tensione del vapore d'acqua sovrastante ad una goccia di 2 mm. di diametro, caricata a 3000 Volta raggiunge al massimo il valore di $3 \cdot 10^{-6}$ atmosfere, diminuzione straordinariamente piccola d'ordine inferiore alle comuni variazioni barometriche che si producono da un momento all'altro, e alla quale non si può far risalire la diminuzione di evaporazione osservata. Resta quindi il dubbio che l'elettrizzazione agisca più direttamente alla velocità di evaporazione e in modo non ancora conosciuto.

Ho infine tentato di vedere se vi fosse una differenza di comportamento fra le due elettricità, questione che presenta molto interesse essendo accertato che quando un gas elettrizzato arrivando in un ambiente contenente del vapore d'acqua condensa questo in nebbia, la grandezza delle goccioline di questa dipendono dal segno dell'elettrizzazione del gas, ed è maggiore quando il gas è carico negativamente. Ciò parrebbe indicare, osserva il Thomson ⁽¹⁾, che una goccia d'acqua carica positivamente evapora più in fretta che una goccia delle medesime dimensioni carica negativamente.

Esperienze ripetute con ogni cura, alternandole in tutti i modi, non hanno però permesso di scorgere alcuna differenza di comportamento fra le due elettricità, e la velocità d'evaporazione nei due casi si è mantenuta, nelle condizioni almeno in cui sperimentavo, molto approssimativamente la stessa.

Meccanica. — *Sul problema generale della sismografia.* Nota I del dott. M. CONTARINI, presentata dal Socio V. CERRUTI.

In un'altra Nota, pubblicata in questi Rendiconti, stabilivo le equazioni differenziali che reggono il moto di un pendolo sferico ⁽²⁾. Cercando poi di risolvere con maggior generalità ed esattezza il problema fondamentale della sismografia, da me già risoluto nella Nota citata ed in un'altra successiva (seduta del 17 marzo), venni condotto a considerare il pendolo sferico come caso particolarissimo d'un sistema meccanico assai più generale, cioè d'una *catena di corpi rigidi*: e quindi le equazioni trovate come caso particolare d'un altro sistema d'equazioni, alle quali si può arrivare con metodo identico e con grande facilità, grazie alla perfetta simmetria di formole che la stessa generalità del problema consente.

⁽¹⁾ *Die Entladung der Elektrizität durch Gase*, pag. 10, Leipzig 1900.

⁽²⁾ *Sulla determinazione dei moti sismici*. Seduta del 3 marzo 1901, vol. X, pagg. 144-148.

In questa prima Nota stabilirò le equazioni dinamiche relative al caso generale; in un'altra successiva applicherò i risultati ottenuti ad un caso speciale, che mi pare importante per la teoria degli strumenti sismici, e ritroverò, a guisa di corollario, la soluzione del problema testè citato.

1. Si immagini un sistema di n corpi rigidi

$$C_r \quad (r = 1, 2, \dots, n),$$

tale che ciascuno di essi è legato *almeno per un punto* al precedente ⁽¹⁾. Fissato poi in ciascuno di essi un sistema d'assi cartesiani ortogonali, il quale serve a individuarne i punti, si può prescindere dal concetto fisico dei *corpi* e considerare in loro vece i corrispondenti sistemi di assi cartesiani. Sarà conveniente prendere ad arbitrio l'origine del primo sistema, e per origine di ogni altro il punto o uno dei punti per i quali esso è fissato al precedente; in tal modo nel sistema C_r sono messi in evidenza due punti: la sua origine, di coordinate nulle, e un punto di coordinate a_r, b_r, c_r , coincidente coll'origine del sistema successivo. Convenendo di rappresentare con P_{ri} un punto generico del sistema C_r , stabilisco di attribuire sempre l'indice $i = 0$ all'origine, l'indice $i = 1$ al punto che coincide coll'origine del sistema successivo, e l'indice $i = 2$ al baricentro, quando sarà necessario considerarlo.

In tal modo abbiamo intanto:

$$\begin{aligned} (1) \quad & P_{r1} \equiv P_{r+1,0} ; [r = 1, 2, \dots, n-1] \\ (1') \quad & x_{r0} = y_{r0} = z_{r0} = 0 ; \\ (1'') \quad & x_{r1} = a_r, \quad y_{r1} = b_r, \quad z_{r1} = c_r ; \\ (1''') \quad & x_{r2} = \frac{\sum_{C_r} m_{ri} x_{ri}}{M_r}, \text{ etc., } ^{(2)} \\ & \text{essendo} \\ (1^{iv}) \quad & M_r = \sum_{C_r} m_{ri}, \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} (1') \\ (1'') \\ (1''') \\ (1^{iv}) \end{aligned}} \right\} r = 1, \dots, n$$

e rappresentando col simbolo \sum_{C_r} la somma estesa a tutti i punti materiali P_{ri} del corpo C_r .

2. Riferendo questa catena di corpi a un sistema cartesiano immobile $\Omega(\xi, \eta, \zeta)$, chiamerò *coordinate assolute*, *rotazioni assolute*, etc. d'un punto o d'un corpo, le coordinate e le rotazioni rispetto al sistema immobile, e rappresenterò con $\xi_{ri}, \eta_{ri}, \zeta_{ri}$ le coordinate assolute di P_{ri} .

(1) S'intende che l'ordine dei corpi costituenti la catena è definito dall'indice r .

(2) Questa sigla *etc.*, messa dopo un'equazione o un'espressione qualunque, sostituisce per brevità le equazioni od espressioni dedotte da quella scritta mediante permutazioni circolari nelle terne di lettere $(xyz), (abc), (\pi\chi\varrho)$ etc.

Il più generale movimento della catena consiste della *rotazione* di ciascun corpo C_r intorno ad un asse istantaneo o permanente passante per la sua origine P_{r0} , e di una *traslazione* variabile da corpo a corpo, che può essere definita dalle coordinate assolute della rispettiva origine, che ha cioè per componenti secondo gli assi fissi: ξ_{r0} , η_{r0} , ζ_{r0} . Allora, se tutte le rotazioni sono infinitesime ⁽¹⁾, in modo da potersi decomporre ciascuna in tre rotazioni infinitesime e successive π_r , χ_r , ϱ_r intorno agli assi delle ξ , η , ζ , e se gli assi solidali col corpo C_r sono scelti in modo che per $\pi_r = \chi_r = \varrho_r = 0$ essi risultano rispettivamente paralleli agli assi fissi, trascurando le seconde potenze delle rotazioni elementari, si trova che la posizione assoluta d'un punto P_{ri} è definita dalle equazioni:

$$(2) \quad \xi_{ri} - \xi_{r0} = x_{ri} + (\pi x_i)_r, \text{ etc. ,}$$

avendo fatta per brevità la posizione generica

$$(A) \quad (\pi x_i)_r = \chi_r z_{ri} - \varrho_r y_{ri}, \text{ etc.}$$

Per calcolare il valore di ξ_{r0} notiamo che la (2) vale per qualunque valore degli indici r, i : dunque in particolare ponendo $r = s$, $i = 1$, ricordando la (1''), e osservando che, per la (1), è

$$\xi_{s1} = \xi_{s+10},$$

si avrà:

$$\xi_{s+10} = \xi_{s0} + a_s + (\pi a)_s:$$

sommando i due membri di questa eguaglianza da $s = 1$ a $s = r - 1$, e notando che in tal modo vengono eliminate ξ_{20} , ξ_{30} , ..., ξ_{r-10} , si ottiene

$$(3) \quad \xi_{r0} = \xi_{10} + \sum_1^{r-1} a_s + \sum_1^{r-1} (\pi a)_s.$$

Vediamo intanto che di tutte le traslazioni si può ritenere arbitraria soltanto quella del primo sistema: convenendo di rappresentare le sue componenti con ξ , η , ζ , cioè omettendo gli indici nella combinazione $r = 1$, $i = 0$, si ottiene infine dalla (2) e dalla (3):

$$(4) \quad \xi_{ri} = \xi + \sum_1^{r-1} a_s + x_{ri} + \sum_1^{r-1} (\pi a)_s + (\pi x_i)_r, \text{ etc.}$$

$$r = 1, 2, \dots, n - 1, n$$

$$(4') \quad \xi_{1i} = \xi + x_i + (\pi x_i)_1, \text{ etc.}$$

(1) Come si può facilmente arguire, non uso questa parola *infinitesimo* nel suo significato classico di grandezza variabile evanescente, ma bensì per « grandezza della quale sia trascurabile ogni potenza superiore alla prima ».

Per calcolare gli spostamenti virtuali parto dall'espressione generale

$$\delta \xi_{ri} = \delta \xi_{r0} + \delta \chi_r (\zeta_{ri} - \zeta_{r0}) - \delta \varrho_r (\eta_{ri} - \eta_{r0}), \text{ etc.}$$

da questa, deducendo il valore di $\delta \xi_{r0}$ nell'identico modo che ci condusse dalla (2) alla (3), si ottiene infine:

$$(5) \quad \begin{aligned} \delta \xi_{ri} = \delta \xi + \sum_1^{r-1} \delta \chi_s (\zeta_{s1} - \zeta_{s0}) + \delta \chi_r (\zeta_{ri} - \zeta_{r0}) \\ - \sum_1^{r-1} \delta \varrho_s (\eta_{s1} - \eta_{s0}) - \delta \varrho_r (\eta_{ri} - \eta_{r0}), \text{ etc.} \end{aligned}$$

3. Applichiamo le formole fin qui trovate all'equazione simbolica dei lavori virtuali

$$\sum_1^n \sum_{C_r} (\Xi_{ri} - m_{ri} \xi''_{ri}) \delta \xi_{ri} + \text{etc.} = 0;$$

nella quale, come al solito, con Ξ_{ri} , H_{ri} , Z_{ri} rappresento la proiezione sugli assi fissi della risultante di tutte le forze applicate nel punto P_{ri} , di massa m_{ri} .

Posto per brevità

$$(B) \quad X_r = \sum_i (\Xi_{ri} - m_{ri} \xi''_{ri}), \text{ etc.},$$

e sostituendo a $\delta \xi_{ri}$ la sua espressione (5), la somma testè scritta prende la forma:

$$(6) \quad \begin{aligned} \delta \xi \sum_1^n X_r + \sum_1^n \left[X_r \sum_1^{r-1} \delta \chi_s (\zeta_{s1} - \zeta_{s0}) + \delta \chi_r \sum_i (\zeta_{ri} - \zeta_{r0}) (\Xi_{ri} - m_{ri} \xi''_{ri}) \right] \\ - \sum_1^n \left[X_r \sum_1^{r-1} \delta \varrho_s (\eta_{s1} - \eta_{s0}) + \delta \varrho_r \sum_i (\eta_{ri} - \eta_{r0}) (\Xi_{ri} - m_{ri} \xi''_{ri}) \right] \end{aligned}$$

Di queste due somme doppie basta considerare soltanto la prima, giacchè l'altra si ottiene da quella scambiando χ con ϱ e ζ con η ; ponendo per brevità

$$(C) \quad \begin{cases} A_{sr} = (\zeta_{s1} - \zeta_{s0}) X_r \\ A'_{rr} = \sum_i (\zeta_{ri} - \zeta_{r0}) (\Xi_{ri} - m_{ri} \xi''_{ri}), \end{cases}$$

$$(E) \quad H_r = \sum_{C_r} (\eta_{ri} - \eta_{r0}) (Z_{ri} - m_{ri} \zeta''_{ri}) + (\eta_{r1} - \eta_{r0}) \sum_{r+1}^n \sum_{C_s} (Z_{si} - m_{si} \zeta''_{si}) \\ - \sum_{C_r} (\zeta_{ri} - \zeta_{r0}) (H_{ri} - m_{ri} \eta''_{ri}) - (\zeta_{r1} - \zeta_{r0}) \sum_{r+1}^n \sum_{C_s} (H_{si} - m_{si} \eta''_{si}), \text{etc.}; \\ (r = 1, 2, \dots, n-1)$$

$$(E') \quad H_n = \sum_{C_n} (\eta_{ni} - \eta_{n0}) (Z_{ni} - m_{ni} \zeta''_{ni}) - \sum_{C_n} (\zeta_{ni} - \zeta_{n0}) (H_{ni} - m_{ni} \eta''_{ni}) \text{ etc.}$$

È da notare subito che queste equazioni furono dedotte senza fare alcuna restrizione sull'ordine di grandezza delle traslazioni ξ, η, ζ , sulla orientazione dei varî corpi rispetto alla traslazione, sulla natura delle forze nè sulla loro direzione rispetto agli assi fissi.

4. Se si volesse ora passare alle equazioni effettive del moto, bisognerebbe stabilire completamente i legami che esistono fra i varî corpi rigidi costituenti la catena. Nel caso che le traslazioni del primo corpo siano arbitrarie e che ciascuno sia legato al precedente per un punto solo, il sistema ha $3n + 3$ gradi di libertà, corrispondenti alle equazioni

$$A = B = C = H_r = K_r = L_r = 0:$$

in qualsiasi altro caso il numero delle equazioni diventa minore o per la soppressione di alcuna di esse (p. e. nel caso di traslazioni del primo corpo nulle o determinate), o per la sostituzione ad alcune di esse di certe loro combinazioni lineari (p. e. nel caso che uno dei corpi ruoti intorno ad un asse permanente) ⁽¹⁾.

5. La forma definitiva delle funzioni H, K, L risulta molto complicata, anche tenendo conto che le rotazioni sono infinitesime e facendo delle ipotesi speciali circa gli assi fissi nei corpi.

⁽¹⁾ Infatti suppongasì che i corpi C_r, C_{r+1} abbiano una retta costantemente in comune: allora il moto di C_{r+1} è perfettamente definito quando sia data la sua rotazione ω intorno a questa retta, perchè se essa ha rispetto agli assi fissi i coseni di direzione λ, μ, ν avremo $\pi_{r+1} = \lambda\omega, \chi_{r+1} = \mu\omega, \varrho_{r+1} = \nu\omega$: d'altra parte se i suoi coseni di direzione rispetto agli assi (C_r) sono l, m, n (costanti), valgono le relazioni:

$$\lambda = l + \chi_r n - \varrho_r m \text{ etc.};$$

e quindi

$$\delta\pi_{r+1} = \lambda\delta\omega + \omega\delta\lambda = \lambda\delta\omega + \omega(n\delta\chi_r - m\delta\varrho_r) \text{ etc.}$$

Sostituendo questi valori nella (7), si trovano, in luogo delle 6 equazioni indipendenti

$$H_r = H_{r+1} = K_r = K_{r+1} = L_r = L_{r+1} = 0,$$

le 4 equazioni:

$$H_r + \omega(mL_{r+1} - nK_{r+1}) = K_r + \omega(nH_{r+1} - lL_{r+1}) = L_r + \omega(lK_{r+1} - mH_{r+1}) = 0 \\ \lambda H_{r+1} + \mu K_{r+1} + \nu L_{r+1} = 0,$$

nelle quali a $\pi_{r+1}, \chi_{r+1}, \varrho_{r+1}$ si intendono sostituiti i valori testè trovati.

Perciò, senza procedere per ora ad un ulteriore sviluppo, chiuderò la trattazione del caso generale facendo l'ipotesi che il primo corpo sia fissato almeno per il punto P_{10} al terreno, e quindi possa sentire l'influenza d'un eventuale movimento sismico.

A tal fine fissato nell'elemento di crosta solida terrestre, che comprende il punto di sospensione, un sistema d'assi cartesiani $S(X\ Y\ Z)$ [$S \equiv P_{10}$], tale da coincidere col sistema $\Omega(\xi\ \eta\ \zeta)$ quando il terreno è in quiete, definisco il moto sismico mediante le traslazioni ξ, η, ζ e mediante tre rotazioni infinitesime α, β, γ , con le quali si passa dal sistema $\Omega(\xi\ \eta\ \zeta)$ al sistema $S(X\ Y\ Z)$: chiamando poi λ_r, μ_r, ν_r le componenti della *rotazione apparente* del corpo C_r cioè le sue rotazioni (infinitesime) intorno agli assi X, Y, Z , valgono, a meno di quantità trascurabili, le eguaglianze

$$(F) \quad \pi_r = \alpha + \lambda_r, \text{ etc.}$$

In tal modo, notando che le variabili $\xi, \eta, \zeta, \alpha, \beta, \gamma$ hanno in ogni istante un valore determinato, cioè che le loro variazioni arbitrarie sono costantemente nulle, si trova che l'equazione (7) si riduce alla forma

$$(8) \quad \sum_{r=1}^n H_r \delta \lambda_r + K_r \delta \mu_r + L_r \delta \nu_r = 0.$$

È naturale che il valore dei coefficienti H_r, K_r, L_r è sempre dato dalle equazioni (E), (E'), alle quali si devono intendere associate le (2) e le (4) per il calcolo dei binomi $(\xi_{ri} - \xi_{r0}), \dots$ e delle accelerazioni ξ''_{ri}, \dots Volendo poi scindere gli elementi del moto sismico dagli elementi del modo apparente dei singoli corpi, basterà sostituire nelle (2) e nelle (4) in luogo di π_r, χ_r, ϱ_r i loro valori dati dalle (F).

Chimica. — *Sulla distinzione fra polimorfismo ed isomeria chimica.* Nota di GIUSEPPE BRUNI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

La questione indicata nel titolo di questa breve Nota non formò finora oggetto di studi molto estesi nonostante l'interesse teorico che essa presenta. Essa viene ora rimessa di nuovo in campo da una recente pregevole pubblicazione di R. Wegscheider ⁽¹⁾. Questo autore comincia a porsi anzitutto la domanda se la distinzione fra i due concetti di polimorfismo (od isomeria fisica) ed isomeria chimica sia veramente giustificata. In base alla teoria atomica molecolare si possono dare dei due ordini di fenomeni definizioni soddisfacenti: attribuendo cioè l'isomeria ad una diversa costituzione o con-

⁽¹⁾ Wiener Monatshefte f. Chemie CXXII, 917 (1901).

figurazione della molecola, il polimorfismo ad una diversa distribuzione delle molecole nella particella cristallina.

Però, giustamente osserva Wegscheider, la diversità di queste definizioni basantesi su di una ipotesi non sarebbe sufficiente per far ritenere giustificata ed opportuna la distinzione in questione, se ad essa non corrispondessero nel fatto reali differenze di proprietà e di comportamento.

La distinzione secondo quanto è generalmente ammesso, deve consistere in questo: i corpi isomeri chimicamente possono esistere come tali con proprietà diverse tanto allo stato solido, che a quello liquido (fuso o disciolto) ed a quello gassoso; pei corpi polimorfi la diversità fra le due modificazioni si limita allo stato cristallino. Si capisce però agevolmente che mentre la questione della diversità o meno dei liquidi o delle soluzioni fornite dalle due modificazioni, può spesso esser deciso in senso positivo, il deciderlo negativamente con sicurezza non è possibile mai, poichè vi hanno isomeri che si trasformano l'uno nell'altro con tale rapidità da non lasciar tempo a constatare con misure fisiche la diversità dei liquidi che forniscono.

Wegscheider esamina però altre serie di fenomeni, giungendo alla conclusione che la distinzione del polimorfismo dall'isomeria è giustificata e conveniente; propone quindi alcuni criterî che possono servire a distinguere in pratica i due casi. In generale però questi criterî permettono, come quello suaccennato, una decisione sicura in un solo senso, cioè per l'esistenza di isomeria; il polimorfismo può esser dimostrato in modo sicuro od assai verosimile in un solo caso, quando cioè esso corrisponda al tipo dell'enantiotropia, e vi sia cioè un punto fisso di trasformazione fra le due forme; nel caso frequente di due corpi polimorfi monotropi nessuna decisione è possibile.

Ora sembra a me che il Wegscheider non abbia posto abbastanza in rilievo uno dei principali caratteri distintivi fra isomeria e polimorfismo, ed abbia perciò trascurato un criterio più preciso e sensibile di quelli da lui proposti. Ad esso si arriva basandosi sulla teoria delle fasi che è qui come sempre in questo genere di questioni, una guida preziosa ed infallibile.

La distinzione fra polimorfismo ed isomeria è questa: dei due corpi polimorfi uno solo ha un punto di fusione stabile; il punto di fusione dell'altro corrisponde ad uno stato di equilibrio instabile che la presenza della più piccola traccia della prima modificazione può far sparire. Invece due corpi isomeri hanno ciascuno un punto di fusione stabile nel senso della teoria delle fasi. Wegscheider indica come uno dei criterî per concludere all'esistenza di isomeria il seguente: « che il corpo *più stabile* in vicinanza del punto di fusione, abbia il punto di fusione più basso ». Ciò è infatti giustissimo, ma è facile vedere come il concetto della maggiore o minore stabilità qui invocato sia più vago e ad ogni modo assolutamente diverso da quello della stabilità od instabilità di una fase solida in equilibrio con una fase liquida. Di due corpi polimorfi uno solo è capace di esistenza *stabile* in presenza

della fase liquida e precisamente quello che fonde più alto; l'altro è *instabile* e può esistere solo in assoluta assenza del primo; di tale stabilità ed instabilità si può dare una definizione termodinamica rigorosa: è stabile quella modificazione per cui alla temperatura data è minore il valore della fusione ζ di Willard Gibbs. Di due corpi isomeri invece ve ne è uno *più* ed uno *meno stabile*; tale differenza di stabilità può essere maggiore o minore, e non può essere definita in modo preciso e rigoroso.

Da ciò che venne sin qui detto risulta in modo assai chiaro quale sia il criterio per decidere se due corpi siano polimorfi od isomeri. Se sono isomeri ciascuno di essi aggiunto all'altro si dovrà comportare come un corpo estraneo qualsiasi, cioè abbassando il punto di congelamento o di fusione del solvente. Si dovrà quindi anche per due corpi isomeri avere il solito sistema di due curve discendenti ed incrociantsi nel punto criodratice, dove le due sorta di cristalli coesistono.

Che questo si possa osservare anche nel caso di isomeri facilmente trasformabili gli uni negli altri come certi isomeri geometrici, ed anche fra isomeri nelle cui miscele liquide si formi uno stato di equilibrio come i corpi tautomeri o desmotropi, venne già dimostrato da una serie di studi teorici o di osservazioni sperimentali che mi sembra siano sfuggiti al Wegscheider. Così il Bakhuis Roozeboom ⁽¹⁾ diede la teoria completa delle curve di congelamento per le miscele di corpi tautomeri, ed il Bancroft ed alcuni suoi scolari ⁽²⁾ determinarono le curve di congelamento per le miscele di taluni stereoisomeri assai facilmente trasformabili l'uno nell'altro, come: α e β acetaldossima, α e β benzaldossima, α e β anisaldossima. Anche prima Garelli e Montanari ⁽³⁾ avevano dimostrato che sciogliendo acido isocrotonico nel crotonico si ottengono abbassamenti del punto di congelamento che sono perfettamente normali secondo la legge di van 't Hoff. Citerò infine un'osservazione fatta da me; ognuno sa come sia rapida e difficile da evitare la trasformazione degli eteri maleici nei corrispondenti fumarici; tuttavia anche nelle loro miscele possono esistere equilibri eterogenei perfettamente stabili. In una preparazione di etere dimetilico dell'acido maleico fatta in occasione di precedenti ricerche, mi si formò una certa quantità dell'isomero fumarico che anche per distillazione non potei separare. Il miscuglio dei due eteri fu chiuso in tubetto saldato alla lampada e si conserva da circa tre anni; dalla massa si separarono alcuni cristalli dell'etere fumarico (che fonde a 102°, mentre il maleico si gela solo a circa — 20°); questi cristalli si sciolgono per riscaldamento, si riformano e si accrescono col raffreddamento; l'etere fumarico ha dunque una solubilità determinata nell'altro isomero.

⁽¹⁾ Zeitschr. f. physik. Ch. XXVIII. 289 (1899).

⁽²⁾ Bancroft, Journ. of physical Chem., II, 143, 245; Carveth, ibidem, III, 457; Cameron, ibidem, II, 376, 409.

⁽³⁾ Gazz. chim. ital. 1894, II, 260.

Quando si tratti di isomeri che si trasformino l'uno nell'altro rapidamente sarà difficile od impossibile il tracciare quantitativamente delle curve di congelamento; *sarà però possibile il realizzare e l'osservare punti di fusione intermedi a quelli dei due isomeri od inferiori ad entrambi.*

Ben diverso è naturalmente ciò che accade aggiungendo ad un corpo polimorfo fuso una certa quantità dell'altra forma. Evidentemente da qualunque delle due si parta e qualunque quantità dell'altra si aggiunga, si avrà sempre un solo punto di fusione, quello più elevato della modificazione più stabile, o, se tutte le particelle cristalline di esso sono distrutte, si potrà avere quello della modificazione instabile. Così supponiamo di partire dalla forma labile del benzofenone che fonde a 26° e dopo averlo fuso di aggiungervi una quantità qualunque della forma stabile (p. fus. 48°); quest'ultima anzichè abbassare il punto di congelamento dell'altra, provocherà una cristallizzazione completa della massa ed un innalzamento del termometro a 48°. Partendo invece dalla modificazione stabile ed aggiungendovi l'altra, il suo punto di fusione non verrà affatto mutato; se però distruggeremo col riscaldamento ogni traccia di particelle cristalline e raffredderemo lentamente, potremo riavere il punto di congelamento della forma labile. *Questi due soli punti sono possibili; punti di fusione intermedi ai due od inferiori ad entrambi, e un punto criodratice a cui le due sorta di cristalli possano coesistere sono qui assolutamente impossibili.*

Il criterio qui indicato oltre ad essere il più rigoroso, è anche di una esecuzione così semplice (bastano poche determinazioni di punto di fusione) che esso potrà esser applicato facilmente alla risoluzione di varî interessanti problemi di chimica organica non ancora ben chiariti: ciò che mi propongo di fare.

Patologia vegetale. — *La peronospora del frumento (Sclerospora graminicola) nel Ferrarese* (¹). Nota del dott. VITTORIO PEGLION, presentata dal Corrispondente CUBONI.

Dalle osservazioni che ero riuscito a riunire intorno alla peronospora del frumento negli anni 1900-01 poteva apparire che questo parassita fosse cagione di danni praticamente apprezzabili soltanto in poche località di cui avevo cercato di definire le caratteristiche più salienti, subordinando la possibilità di infezione peronosporica nei seminati al ristagno prolungato di acqua negli stessi, durante il periodo vegetativo del frumento, a patto però che nel territorio inondato od in prossimità di questo e soggetti ad inon-

(¹) *Relazioni e studi della Cattedra ambulante di agricoltura per la provincia di Ferrara.*

dazioni esistessero dei canneti che albergassero i germi ibernanti od oospore del parassita. Questo, che è il quadro clinico della malattia quale potei desumere dalla configurazione delle località ove per la prima volta ho avvertito la calamità del frumento in questione, se può ritenersi tipico della bassa valle del Tevere, al di là di Roma, non è il solo che accada di osservare in pratica. In un precedente mio lavoro ho indicato che, nel giugno dello scorso anno, in alcune accuratissime coltivazioni di frumento del Ferrarese ben distanti da qualsiasi canneto eventualmente infetto e precisamente a Marrara ed a Vigarano, avevo riscontrato alcuni cespi di frumento, sporadicamente colpiti dalla infezione, resa allora manifesta dalle deformazioni della spica tanto caratteristiche da render quasi superflua la ricerca della cagione di esse mediante l'esame microscopico. Tale constatazione di fatto ribadiva il concetto già espresso, che non può non tornar gradito a chi attenda con amore all'esercizio dell'industria agraria, e cioè che la scoperta di questa manifestazione patologica del frumento si riduce a dare una spiegazione positiva logica, di un fenomeno sino allora insoluto, ma preesistente da tempo e sfuggito all'osservazione metodica o frainteso, per cui non si tratta di un malanno nuovo, come fu ad es. la peronospora all'indomani della sua introduzione nei vigneti europei.

Le osservazioni raccolte in questi ultimi mesi negli estesi seminati di frumento del Ferrarese ed una qualche località del Bolognese così duramente provati dalla tristissima stagione autunno-vernina scorsa, mi hanno dato agio di constatare quanto l'infezione peronosporica del frumento sia diffusa malgrado che faccia difetto una delle condizioni suenunciate, che sulle prime avevo indicato fra quelle che sembravano indispensabili, e cioè la presenza di canneti infetti. Da queste recenti osservazioni chiaramente appare che la conservazione del parassita possa essere affidata ai germi od oospore che si formano anche in altre graminacee spontanee crescenti ininterrottamente durante l'anno, quasi ovunque cosicchè torna sempre maggiormente indicato il raffronto tra la perpetuazione di questo parassita e ciò che accade praticamente per la ruggine del frumento.

Premetto che fin dallo scorso luglio l'egregio prof. Massalongo compiacersi trasmettermi esemplari di *Setaria sp.* raccolti nel Veronese, sui quali si osservavano le caratteristiche fruttificazioni conidiali di *Sclerospora graminicola*, così egregiamente riprodotte dal Fischer. Nel medesimo tempo osservai una infezione nella *Setaria viridis*, estesissima nell'orto agrario e nei dintorni di Ferrara; i conidiofori ricoprivano di uno spesso strato bianco ceraceo le foglie così da simulare all'osservazione macroscopica un intenso sviluppo di nebbia (*Erysiphe graminis*). Avendo seguito metodicamente il comportamento del parassita sopra piante crescenti spontanee lungo le mura della città, dall'agosto in poi, ebbi agio di rilevare che le foglie e le infiorescenze delle piante infette di *Setaria* andarono man mano assumendo lo sviluppo

ipertrofico e le deformazioni caratteristiche dell' infezione peronosporica, mentre scompariva qualsiasi traccia di fruttificazione conidiale e soltanto l'esame microscopico rivelava la presenza del micelio e delle oospore del parassita in seno ai tessuti.

Questa estesissima infezione nella *Setaria* mi indusse ad esaminare più d'avvicino le condizioni dei seminati di frumento non appena le condizioni dell'ambiente concessero alla vegetazione di rimettersi in attività, specialmente in non pochi punti della Provincia dove, malgrado che nello scorso inverno vi fosse stato appena qualche ristagno d'acqua nelle scoline o tutt'al più qualche leggero straripamento da queste, durato per poco, all'infrigidimento del suolo veniva dai pratici agricoltori attribuito il deperimento delle piante crescenti lungo le testate degli appezzamenti stessi.

A me parve esagerata l'importanza attribuita all'azione diretta ed esclusiva del ristagno dell'acqua quale determinante del deperimento che avviene in siffatte condizioni; la ragione prima per cui i frumenti sommersi muoiono è la deficienza d'ossigeno, l'asfissia pura e semplice. Ciò appare evidente quando si mettano a raffronto le conseguenze della sommersione e del semplice allagamento nei terreni alti o terre vecchie rispetto ai terreni vallivi: in questi, tanto più sollecitamente per quanto più sia accentuato il tenore in materia organica (cuora e mezza cuora, fino ad essere quasi torba), un ristagno anche brevissimo dell'acqua determina la morte delle piante, poichè le fermentazioni che accadono quando detti terreni siano saturi o ricoperti d'acqua, sono eminentemente riduttrici (¹) e l'ossigeno esistente sciolto nelle acque interstiziali o che derivi dalla riduzione dei nitrati, è avidamente assorbito così che l'ambiente che attornia la pianta sommersa diventa sollecitamente asfittico.

Nelle terre alte o terre vecchie normalmente costituite la resistenza alla sommersione è assai più accentuata perchè difficilmente il terreno stesso diventa sede di fermentazioni riduttrici: il Vilmorin ha segnalato nel 1887 una varietà di frumento aristato, proveniente dal dipartimento di Sâone et Loire chiamato sopra luogo frumento *di riviera*, perchè esso aveva la preziosa dote di poter restare sommerso per quindici giorni ed anche tre settimane di continuo senza soffrirne. L'opinione prevalente fra gli agricoltori e suespressa non trova, di certo, appoggio in queste osservazioni di fatto, onde ho assoggettato ad esame microscopico numerosi campioni di piantine deperenti raccolte qua e là in provincia, ed ho potuto costantemente accertarmi che il deperimento intensissimo che esse manifestano e da cui non è più possibile

(¹) Ciò rilevasi dalla presenza di idrogeno solforato e di metano, nelle acque superficiali e di scolo dei pozzi e di veli di solfo che, unitamente a tracce di idrocarburi, rendono iridescenti le acque stesse stagnanti nelle scoline.

di farle riavere mediante le solite pratiche colturali primaverili, sia esclusivamente dovuto al parassitismo della *Sclerospora graminicola*.

I pratici ben riconoscono queste piante patite che oltre a dimostrare un sensibile arresto di sviluppo rispetto al rimanente, per cui esse formano *bolla* lungo le testate, sono intensamente clorotiche a tal segno che si dicono volgarmente *imbiancate*. Esse talliscono in modo eccezionale e presentano delle anomalie nelle foglie che ho già descritte in precedenti mie pubblicazioni.

Da quanto sono venuto succintamente esponendo, parmi di poter dedurre alcune conclusioni di un certo interesse pratico: prima di tutto è meglio risparmiare la spesa del nitrato e delle zappettature che si intendesse di applicare alle testate onde la vegetazione delle piante deperite potesse parreggiarsi col rimanente. In secondo luogo, nel fare il lavoro di scerbatura o *curatura* è necessario estirpare i cespi peronosporati, che è facilissimo di discernere senza fallo, e distruggerli metodicamente. Non occorre aggiungere che il provvedimento preventivo di maggior efficacia dal punto di vista pratico, è sempre la sistemazione accurata degli scoli onde far sì che « lo smaltimento delle acque stesse sia sollecito ed impediti i ristagni che comunque avvengano sono sempre funesti alla vegetazione ».

Zoologia. — *Ricerche osmotiche sui Protozoi delle infusioni.*

Nota del dott. PAOLO ENRIQUES, presentata dal Socio EMERY.

Mi sono occupato in una Nota precedente a questa di questioni osmotiche riguardanti l'adattamento degli Infusorii a vivere in ambienti diversamente concentrati da quello in cui si trovavano. Riferisco qui un'altra serie di ricerche, avente per scopo lo studio della possibilità a nascere in ambienti diversi da quello abituale. Gli animali che ne sono stati oggetto sono Flagellati ed Infusorii delle infusioni.

Mi si permetta, prima di entrare nell'esposizione delle mie esperienze, di riportare alcuni risultati di altri autori, che si riferiscono in parte anche alle questioni che ho studiato nella Nota precedente, ma che riunisco qui per ragioni di spazio.

Non sembri inutile occuparsi di questioni osmotiche riguardanti i Protozoi, dopo lunghi lavori di vari autori, nei quali tali questioni sono trattate.

Giacchè sia le ricerche del Jennings, che quelle del Kunstler ⁽¹⁾, e in massima parte quelle del Massart ⁽²⁾ riguardano specialmente questioni di

(1) Kunstler J. *Influence du milieu et des variations chez les Protozoaires*. C. R. Tome 126, pag. 765-767, 1898.

(2) Massart J. *Récherches sur les organismes inférieurs*. II. *La sensibilité à la concentration chez les êtres unicellulaires marins*. Bull. Acad. Belg. Tome 22, pag. 148-167, 6 figg. 1891.

chemiotassi, tonotassi ecc., rimanendo per lo più al di fuori della questione della permeabilità osmotica della parete esterna. Massart ha però fatto alcune interessanti esperienze sulle cisti delle vorticelle ecc., le quali hanno stretta attinenza con tali problemi. Egli ha mostrato che, quando su esse si fanno agire delle soluzioni concentrate, la parete esterna rimane immutata, come la parete cellulosica delle cellule vegetali, e si osservano dei fenomeni di plasmolisi. L'autore però ha potuto dimostrare anche il passaggio del nitrato di potassio nell'interno delle cisti, servendosi del reattivo di Molisch. Ma in questo caso non si è in condizioni di esperienza tali da poter ritenere il fenomeno del passaggio del sale come normale; i sali di potassio, spesso molto dannosi per le cellule viventi, possono alterare la parete esterna delle cisti, in modo da renderla più permeabile. Noi non possiamo mai considerare come *fisiologico* il passaggio di un sale attraverso ad una membrana, quando questo sale è di per sè capace (o si può sospettare che sia capace) di alterare il protoplasma vivente, o lo diventa per condizioni anormali di pressione osmotica.

Non dico tutto ciò per togliere valore all'esperienza del Massart; ma solo per affermare questo: che dal passaggio del nitrato di potassio non si può mai inferire che possa passare un altro sale, anche composto di ioni i quali più facilmente di quelli del nitrato di potassio traversino membrane inorganiche poco permeabili. È per la non possibilità di questa illazione che insisto in modo particolare sul fatto delle condizioni non fisiologiche di un'esperienza fatta col nitrato di potassio.

Atusky Yasuda ⁽¹⁾ ha trovato in varie specie di Cigliati e Flagellati una diversa adattabilità a soluzioni tra loro isotoniche di sostanze differenti; questo risultato mi pare assai notevole per la questione della permeabilità delle membrane, almeno come indizio. Giacchè se i sali sperimentati non penetrassero nell'interno dell'Infusorio o del Flagellato, mal si intenderebbe come soluzioni tra loro isotoniche di corpi differenti potessero agire in modo diverso, ostacolando in modo diverso la vita di questi Protozoi; e d'altra parte mette in evidenza ancora una volta come si debba aver prudenza nel ritenere che un effetto dannoso di un sale in soluzione anisotonica sia la conseguenza soltanto della anisotonicità e non piuttosto, e spesso in maggior grado, anche della sua azione chimica sul protoplasma.

Ma un poco più lungamente ci dobbiamo fermare a discutere alcune esperienze e considerazioni del Balbiani ⁽²⁾. Egli studia più che altro l'adattabilità maggiore o minore dei varî Protozoi a soluzioni anisotoniche; non

⁽¹⁾ Yasuda Atusky, *On the accomodation of some Infusoria to the solutions of certain substances in various concentrations*. Annot. Z. Japon. Tokyo, vol. I, pag. 23-29, 1897.

⁽²⁾ Balbiani E. G. *Études sur l'action des sels sur les Infusoires*. Arch. Anat. micr. Paris, tome 2, pag. 518-600, 1899.

mancano tuttavia accenni a questioni di permeabilità, accenni che vale la pena di riferire e di discutere.

Egli considera la soluzione di Na Cl 0,3 % come isotonica al contenuto interno del *Paramaecium aurita*. Che cosa egli voglia dire, io non capisco affatto. Riferisco il suo passo (pag. 547): « Cette conclusion est confirmée par ce fait, que non seulement les Paramécies de toutes provenances peuvent vivre pendant un temps indéfini dans cette solution à 0,30 p. 100, mais s'y multiplier aussi énergiquement que dans l'eau pure... Les animalcules s'y trouvent naturellement adaptés en vertu des lois physiques de l'osmose, et n'ont aucun effort physiologique à faire pour s'équilibrer avec leur nouveau milieu: la vie des Paramécies dans ce milieu n'est donc pas un phénomène d'accoutumance proprement dit, comme dans les milieux à plus forte concentration saline ». L'autore insomma considera isotonica questa soluzione per il Paramecio, perchè non lo uccide nè disturba la sua proliferazione! La contraddizione è manifesta con ciò che egli dice altrove, in molti luoghi, p. es. quando a pag. 539 accenna a restringimenti e dilatazioni osmotiche per passaggio di acqua; con tutto ciò insomma che è ormai acquisito alla scienza relativamente alla permeabilità all'acqua delle membrane cellulari. Giacchè, dato questo, ne segue di conseguenza necessaria che il Paramecio deve essere in equilibrio osmotico coll'ambiente in cui vive; e quindi non ha senso parlare di una soluzione isotonica con i liquidi del Paramecio, in generale, mentre si sa, e l'autore lo sa meglio di me, che il Paramecio può vivere e vive in ambienti varî per tonicità. Non siamo per il Paramecio nel caso di quegli animali che hanno un ambiente interno a pressione osmotica invariabile, in qualunque ambiente esterno l'animale si trova immerso.

L'autore ha confuso il concetto di « isotonicità » con quello di « tonicità optimum » per la vita del Paramecio, o forse con quello di ultimo limite di concentrazione la quale non danneggia la vita del Paramecio. Del resto per quanto io non abbia fatto esperienze sul Paramecio, quelle fatte su altri Infusorii, e che ho esposto nella Nota precedente, mi autorizzano ad affermare come molto probabile che un Paramecio condotto a vivere, per graduale adattamento, in una soluzione di Na Cl assai più concentrata di quella al 0,3 %, morrebbe in pochi secondi scoppiando, quando venisse ricondotto in questa.

Balbani non conferma il passaggio del nitrato di potassio nell'interno delle cisti (*Colpoda cucullus*). Facendo con questa stessa specie esperienze di disseccamento delle cisti in soluzioni di nitrato di potassio e di cloruro di sodio, trova l'autore che le cisti non muoiono e possono dar luogo nuovamente a Infusorii liberi, tostochè vengano opportunamente ribagnate. La ragione che spiega questa loro resistenza alle soluzioni concentrate dei sali su ricordati, è, secondo l'autore, questa, che la ciste è impermeabile ai sali, permeabile all'acqua, mentre l'Infusorio libero è permeabile anche alle sostanze disciolte (pag. 583). Vi è qui un seguito di errori di logica: infatti, l'Infusorio libero muore nelle

soluzioni concentrate per restringimento e perdita d'acqua, cioè proprio perchè la sua membrana è semipermeabile, e non lascia passare i sali (o solo in tracce). Quando li lascia passare, si hanno i fenomeni di adattamento e di sopravvivenza, come ho mostrato nell'altra Nota. E se per le cisti fosse vero ciò che l'autore afferma, quando esse, provenendo da una soluzione diluitissima, p. e., di NaCl, resistono al disseccamento, dovrebbero perdere quasi completamente tutta l'acqua, per arrivare coi succhi interni alla stessa concentrazione molecolare della soluzione satura di NaCl; per tale condizione di saturità passa infatti necessariamente l'ambiente per disseccarsi. Ora, mi sembra, non è punto probabile nè questo disseccamento interno quasi completo, nè che la sostanza vivente possa impunemente essere condotta ad una concentrazione molecolare corrispondente a quella di una soluzione satura di NaCl. Noi non possiamo fare delle affermazioni recise a questo proposito; ma se dobbiamo o vogliamo fare *a priori* delle supposizioni, non è forse molto più semplice immaginare che la parete esterna della ciste finisca col diventare impermeabile tanto ai sali quanto all'acqua?

Passando ora a riferire le mie esperienze, le riporto suntuando le mie note giornalieri:

16 aprile. Si preparano quattro infusi, ciascuno con 50 granelli di pepe nero e 50 cm. c. di liquido. Si adoperano per i vari infusi (*a*, *b*, *c*, *d*) i seguenti liquidi:

a) acqua distillata: *b*) NaCl 5 ‰; *c*) NaCl 1 ‰; *d*) NaCl 2 ‰.

18 aprile. Si cominciano a vedere nell'infuso *a* dei piccolissimi flagellati, del genere *Oikomonas*.

20 aprile. Aumentati molto in *a*; anche in *b* qualcheduno.

Nei giorni seguenti vanno aumentando, e compaiono poi anche nelle altre infusioni. Nella porzione *d*, però, nascono molto tardivamente, verso la fine del mese. Nascono anche dei *Colpidium colpoda*.

Vengono fatte varie prove, prendendo piccole quantità dei vari infusi, e mischiandole con altre soluzioni. Si possono trasportare gli *Oikomonas* dalla concentrazione 0 (o quasi) o 5 ‰, fino al 2 ‰, senza che si notino variazioni nè subito, nè nei giorni seguenti all'operazione; e così dal 2 ‰ all'1 ‰, o dall'1 ‰ al 2,5 ‰; se si trasportano dal 2 ‰, al 5 ‰ o si fanno altri passaggi molto grandi, qualche volta tutti gli Infusori si incistidano. Ma si deve notare che ciò accade qualche volta anche in piccole porzioni di liquido degli infusi, poste per confronto in vetrini da orologio, senza aggiunta di altre soluzioni (dentro ad una camera umida).

Verso la fine del mese di aprile, in *a* non vi son più *Oikomonas*, i quali si sono tutti incistidati; ed a molti è accaduto lo stesso anche in *b*.

Si lasciano evaporare lentamente tutti gli infusi. A poco a poco si incistidano tutti gli *Oikomonas*.

9 giugno. Gli infusi *a* e *c* sono completamente disseccati da qualche giorno. Si aggiunge circa 50 cm. c. di liquido in ambedue. In *a* di NaCl al 3 ‰, e in *c* di una soluzione di NaCl tale che, tenuto conto del sale contenuto nel recipiente dopo il disseccamento del liquido del primitivo infuso, tutto il liquido arrivi ugualmente alla concentrazione di 3 ‰ NaCl.

12 giugno. Si cominciano a vedere in *c* degli *Oikomonas*, che aumentano il giorno dopo.

14 giugno. Questi *Oikomonas* diminuiscono e dopo un altro giorno o due sono tutti incistidati.

In *a* nè in questi giorni nè mai, fino ai primi di luglio, sono nati *Oikomonas*.

Varî tentativi, fatti in epoche differenti, di far nascere *Oikomonas* in infusi di pepe al 3 % eran sempre riusciti vani.

Si consideri dunque, in primo luogo, come si tratti qui di una specie che nasce indifferentemente in infusi fatti con acqua distillata o con soluzioni, anche assai forti, di NaCl (2 %); e, quello che è più notevole, che si può trasportare da un ambiente all'altro, senza che, coi più forti ingrandimenti, si possano vedere fenomeni di contrazione o rigonfiamento. Le soluzioni di NaCl non agiscono, insomma, osmoticamente su questi animali. E allora, due supposizioni sono possibili: o la loro parete esterna è impermeabile tanto all'acqua che al sale, o è permeabile tanto all'una che all'altro. Nel primo caso è evidente che il trasporto da un ambiente all'altro non può avere nessun effetto; come accade per esempio a noi che, se facciamo un bagno di mare, non perdiamo tutta l'acqua che uscirebbe per l'osmosi, se l'acqua potesse uscire attraverso alla nostra pelle. Nel secondo caso l'equilibrio osmotico si ristabilisce subito, passando da un ambiente all'altro, senza fenomeni di variazione di volume, per l'ingresso o la fuoriuscita del sale. Noi non abbiamo prove di fatto per decidere la questione. Ma dov'è in questi animali una parete esterna che, all'aspetto, mostri o una certa grossezza o una certa consistenza, in modo da resistere al passaggio dell'acqua? Questi animali, anzi, facilmente si disfanno, appena premuti un poco col vetrino copri-oggetti. È vero che potrebbe questa condizione di impermeabilità risiedere in condizioni speciali di tensione superficiale, ma, fino a che questo od altro speciale meccanismo avente lo stesso effetto non sia dimostrato, dobbiamo ritenere, mi sembra, come cosa più probabile, anzi molto probabile, che esista qua una permeabilità all'acqua e ai sali (NaCl). Forse altri protozoi presentano condizioni intermedie, come per esempio i *Chilodon*, i quali sono sensibili alle soluzioni anisotoniche ma non però molto, sì che si acquista il concetto che essi siano un poco permeabili al NaCl, che questo passi, ma difficilmente.

Dobbiamo dunque discendere tanto in basso per trovare degli esseri viventi i quali non abbiano nelle proprie membrane questa proprietà di impedire ai sali il passaggio, mentre si lasciano traversare dall'acqua!

Ma un altro curioso risultato ci dà questa esperienza. Vi è un limite anche per questi Flagellati alla possibilità di nascere in infusi fatti con soluzioni concentrate. Così, normalmente, in NaCl 3 % non nascono mai, e tardivamente anche in NaCl 2 %. Ebbene, quando ho fatto l'infuso al 3 %, in quel recipiente ove si era disseccato un primitivo infuso all'1 %, gli *Oikomonas* nacquero! Nel primitivo infuso gli *Oikomonas* avevano vissuto finchè il liquido, disseccandosi, era arrivato circa alla metà del volume primitivo

(concentrazione di NaCl 2 ‰), poi si erano incistidati. Ora, questa nuova nascita esprime evidentemente il fatto che i germi degli *Oikomonas* non sono tutti uguali, ma tanto più salati quanto più era salato l'ambiente in cui gli *Oikomonas* erano vissuti. Nel caso dell'esperienza i germi erano forse già alla concentrazione del 3 ‰, o poco meno, e per questo poterono svilupparsi in NaCl 3 ‰, mentre non si possono sviluppare i germi di *Oikomonas* vissuti in acqua distillata. Cattiva condizione di vita però per gli *Oikomonas* questa forte concentrazione, giacchè alla nascita seguì dopo poco l'incistidamento.

Nulla di strano in tutti questi fatti; ma io li ho riferiti perchè essi mostrano come possa avvenire un progressivo adattamento a soluzioni sempre più concentrate, attraverso a successive generazioni. Perchè se si pensa che gli *Oikomonas* viventi negli altri infusi in generale non resistevano alla concentrazione del 3 ‰, se vi venivano repentinamente portati (senza però mostrare raggrinzimento), si vede come il protoplasma vivente, possa, quando passa attraverso alla forma di germe (o di ciste) e poi di nuovo di organismo adulto, adattarsi molto più facilmente a nuove condizioni di vita.

Parassitologia. — *Sulla trasmissibilità della peste bubbonica ai pipistrelli*. Nota preventiva di B. GOSIO, presentata dal Socio LUCIANI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vicepresidente BLASERNA dà annuncio della morte del Socio straniero EMANUELE LAZZARO FUCHS; ed il Segretario CERRUTI legge il seguente cenno necrologico del defunto Accademico.

« EMANUELE LAZZARO FUCHS, nato il dì 5 maggio 1832 a Moschin nella Posnania e morto il dì 26 aprile a Berlino, apparteneva alla nostra Accademia quale Socio straniero dal 16 dicembre 1883.

« I casi della sua vita, esclusivamente dedicata alla scienza ed all'insegnamento, si raccolgono in poche parole. Addottorato in filosofia a Berlino nel 1858; insegnante in una scuola industriale di quella città dal 1864 al 1869; dal 1869 al 1874 professore nell'Università di Greifswald e successivamente nelle Università di Gottinga durante l'anno scolastico 1874-75, di Heidelberg dal 1875 al 1884, di Berlino dal 1884 in poi.

“ Esordì nell'arringo scientifico con una dissertazione intorno alle linee di curvatura e con alcune ricerche attinenti alla dottrina dei numeri; ma, lasciato ben presto sì fatto campo di studi, nel 1865 pubblicava in un programma scolastico la sua prima e tanto celebrata Memoria intorno alla teoria delle equazioni differenziali lineari a coefficienti variabili, nella qual Memoria mal si saprebbe decidere cosa sia da ammirare più o la profondità dell'indagine o il valore de' risultati acquisiti alla scienza o la semplicità ed eleganza dell'esposizione. Da questo primo lavoro e da' cinquanta e più altri che gli fecero seguito e che direttamente o indirettamente si collegano col medesimo soggetto, derivarono non solo il razionale e definitivo assetto di uno de' più importanti capitoli del calcolo integrale, ma anche delle scoperte da annoverarsi fra le più geniali e memorabili nell'alta analisi matematica che si sieno compiute negli ultimi decenni, scoperte alle quali il nome del Fuchs rimane indissolubilmente legato ”.

Su proposta del Segretario CERRUTI, la Classe approva unanime che siano inviate speciali condoglianze, a nome della R. Accademia dei Lincei, tanto alla famiglia del defunto Socio straniero Fuchs, quanto alla R. Accademia delle scienze di Berlino.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario CERRUTI presenta le pubblicazioni giunte in dono segnalando quelle inviate dai Soci CELORIA, LAPPARENT e LOCKYER. Richiama inoltre l'attenzione della Classe su di un volume contenente le *Ricerche di biologia pubblicate per il XXV anniversario cattedratico di Pietro Albertoni dai suoi discepoli*, e sopra gli Atti dell'Associazione britannica per il progresso delle scienze e del Congresso internazionale degl'ingegneri, che tennero le loro riunioni a Glasgow nel 1901.

Il Vicepresidente BLASERNA presenta, a nome del Socio TACCHINI, le pubblicazioni sottoindicate del Comandante CATTOLICA, direttore dell'Istituto idrografico della R. Marina in Genova, dandone la seguente notizia:

I. *Trattato di idrografia. Parte. I^a. Nozioni di geodesia e topografia.* Libro di testo per la R. Accademia navale.

II. *Fari e segnali marittimi. Nozioni sulla costruzione e funzione dei segnali, con un cenno critico sull'amministrazione dei Fari in Italia.*

III. *Dei metodi seguiti dal R. Ufficio idrografico nel disegno e riproduzione delle carte idrografiche.*

La nostra letteratura nautica data da pochissimo tempo; nelle nostre scuole di marina, una decina d'anni fa si insegnava soltanto con testi fran-

cesi. L'astronomia nautica si studiava sul Caillet, l'idrografia sul Dubois e la manovra navale sul Bonnefoux. Se questo si verificava per gli studî, che sono la base della coltura, si può immaginare come a più forte ragione mancassero nella nostra lingua le opere, che trattano argomenti speciali, ma pure di grande importanza, come sarebbe, ad esempio, il segnalamento delle coste, in relazione alla navigazione.

Colle due prime opere il Cattolica si è proposto di colmare qualcuna delle più importanti lacune, tuttora esistenti.

Il volume contenente le nozioni di Geodesia e Topografia è il primo dei tre, che costituiranno un trattato di Idrografia, cioè un'esposizione teorico-pratica completa dei metodi e degli istrumenti impiegati per il rilievo di un esteso tratto di costa.

Riguardo al volume dei Fari e segnali marittimi, è certo che esso risponde ad un bisogno non meno sentito dalla gente di mare, nel campo pratico.

Con lo sviluppo della navigazione a vapore, vale a dire col moltiplicarsi dei piroscafi e coll'aumentare continuo delle loro dimensioni e velocità, si sono accresciuti straordinariamente i pericoli, e perciò è da apprezzarsi maggiormente l'opera di coloro, come il Cattolica, che intendono migliorare la funzione del segnalamento.

Infine è importante quanto il Cattolica scrive sulla nostra amministrazione dei Fari, affermando la necessità di una riforma del suo ordinamento, se si vuole che essa risponda efficacemente al suo ufficio.

Il Socio Mosso presenta il fascicolo I del volume XXXVI delle *Archives italiennes de Biologie*, il quale contiene i Rendiconti del quinto Congresso internazionale dei Fisiologi tenutosi a Torino nel settembre scorso. Nell'ultima adunanza del Congresso essendosi fatto un voto che riguarda l'Accademia dei Lincei, il Socio Mosso prima di leggerlo fa precedere alcune notizie che servono a spiegarlo.

Per iniziativa di S. M. la Regina Madre venne ora ampliato l'Osservatorio che porta il suo nome augusto sulla vetta del Monte Rosa. Mentre che prima sulla punta Gnifetti a 4560 metri, vi erano appena tre camere, delle quali una sola serviva alle ricerche scientifiche, ora si costrussero altre quattro stanze, due delle quali più grandi, sovrapposte, con un terrazzo, serviranno alle osservazioni meteorologiche ed agli studî di fisica terrestre, ed una alle ricerche fisiologiche. I fondi per questa impresa ardita vennero offerti da S. M. la Regina Madre che fu la prima a concepire il progetto di dare all'Italia un laboratorio scientifico a grandi altezze, da S. A. R. il Duca degli Abruzzi, dal Club alpino italiano, e dal Ministero di Agricoltura e Commercio. In quest'anno tutto l'edificio sarà ultimato e rivestito di rame.

Il Ministro dell'Istruzione on. Nasi non potendo intervenire all'inaugurazione del Congresso internazionale dei fisiologi, come ne aveva manifestato il desiderio, accordò in tale circostanza lire tremila per arredare la stanza destinata agli studi fisiologici ed il prof. Mosso metteva i suoi apparecchi per le indagini fisiologiche sull'uomo a disposizione dei naturalisti italiani e stranieri che volessero intraprendere delle spedizioni scientifiche sul Monte Rosa.

Il Ministro di Agricoltura e Commercio on. Baccelli stanziò nel bilancio di quest'anno la somma di lire quattromila per l'acquisto degli strumenti registratori che dovranno servire alla meteorologia ed alla fisica terrestre, e venne pure fissata la somma per lo stipendio di un assistente e di un inser-viente incaricati del servizio meteorologico di questo Osservatorio nell'altitudine di 4560 metri.

Durante il Congresso di Torino venne fatta una esposizione internazionale di strumenti fisiologici molto bene riuscita, alla quale presero parte i costruttori più celebri di apparecchi scientifici: molti avendo avuto notizia dell'iniziativa presa dal Ministro Nasi in favore degli studi fisiologici a grandi altezze, offrono dei loro strumenti per questo nuovo laboratorio alpino; e vari fisiologici mandarono i loro apparecchi. La grande facilità colla quale dal versante italiano si può giungere sulla vetta del Monte Rosa, permetterà di dare nuovo impulso allo studio dell'uomo nelle alpi e la piccola capanna Regina Margherita che aveva già acquistato un nome nella scienza colle spedizioni fatte da Mosso, da Giacosa e da Zuntz di Berlino insieme al prof. Loewy ed ai suoi colleghi, diventerà un centro fecondo di nuove indagini fisiologiche.

Il prof. Sir Michael Foster, segretario della Società Reale di Londra, e il prof. Bowditch dell'Università di Boston, nella seduta di chiusura del Congresso di fisiologia fecero la proposta « che il Congresso internazionale dei fisiologi riunito a Torino chiedesse all'Associazione internazionale delle Accademie, di considerare il laboratorio fisiologico del monte Rosa come una istituzione internazionale e la pregasse di prenderlo in considerazione per i grandi vantaggi che esso può recare alla scienza.

Questa proposta che venne accolta con voto unanime viene ora presentata all'Accademia dei Lincei dal prof. Mosso che era il presidente del Congresso. La prima adunanza dell'Associazione internazionale delle Accademie avrà luogo in Londra; il voto del Congresso internazionale dei fisiologi deve essere prima accolto favorevolmente dall'Accademia dei Lincei che rappresenta l'Italia nell'Associazione internazionale delle Accademie.

Il Vicepresidente BLASERNA dichiara che egli da vari anni prestò ben volentieri l'opera sua perchè la punta Gnifetti fosse munita di un Osservatorio di fisica terrestre e di scienze affini. Egli è lieto di poter aggiungere che nulla osta a che il voto del Congresso internazionale di fisiologia possa

essere esaudito; vale a dire che una stanza di quell'Osservatorio sia destinata a ricerche fisiologiche. In tal modo un terrazzo coperto servirà per la meteorologia, due altre stanze sottostanti serviranno alla fisica terrestre. Vi saranno inoltre: una stanza destinata alla fisiologia; una destinata ad abitazione dell'Assistente incaricato di rimanere lassù durante la stagione calda; una stanza destinata per alloggio agli ospiti che vorranno recarsi colà per fare delle ricerche; una stanza destinata a cucina; e finalmente due locali da servire come ricovero per i membri del Club Alpino.

Il Vicepresidente dice di essere ben lieto di poter presentare all'Accademia il voto del Congresso di Torino, e propone quindi che questo Osservatorio, costruito tutto per cura degli Italiani, sia raccomandato all'Associazione internazionale delle Accademie nella sua prossima riunione.

La Classe approva all'unanimità la proposta del Vicepresidente.

COMITATO SEGRETO

La Classe dichiara, in seguito all'iniziativa presa dalla Classe di scienze morali, storiche e filologiche, che ogni Socio ha il diritto di inserire negli Atti accademici tutte quelle osservazioni che egli crede di poter fare nell'interesse della scienza in fatto di Regolamenti Universitari; ma in pari tempo essa opina che non sia il caso di sottoporre queste osservazioni ad una deliberazione dell'Accademia, perchè in fatto di verità o di opportunità scientifiche non vi sono maggioranze o minoranze che possano decidere una questione.

CORRISPONDENZA

Il Segretario CERRUTI dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; le Società zoologiche di Londra e di Amsterdam; le Società geologiche di Manchester, di Calcutta e di Sydney; la Biblioteca Vaticana di Roma.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il R. Istituto ed Orto botanico di Palermo; il R. Istituto geodetico di Potsdam; l'Osservatorio Haynald di Kalocsa.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 4 maggio 1902.

- Cattolica P. L.* — Dei metodi seguiti dal R. Ufficio Idrografico nel disegno e nella riproduzione delle carte idrografiche. Firenze, 1899. 8°.
- Id.* — Fari e segnali marittimi. Genova, 1902. 4°.
- Id.* — Trattato di idrografia. P. I. Nozioni di geodesia e topografia. Genova, 1902. 8°.
- Celoria G.* — Studi e ricerche specialmente italiane sulle variazioni delle latitudini terrestri. Milano, 1901. 8°.
- Compte-rendu du 5^e Congrès international de physiologie, Turin 17-21 sept. 1902, publié par le Secrétaire local Dr. Z. Treves. Turin, 1901. 8°.
- D'Achiardi G.* — Descrizione di alcune rocce della Colonia Eritrea, raccolte dal dott. G. Bartolommei Gioli. Pisa, 1902. 8°.
- Daniel J.* — Dictionnaire des matières explosives. Paris, 1902. 8°.
- De Angelis D'Ossat G.* — Fauna liasica di Castel del Monte (Umbria). Roma, 1902. 8°.
- Id.* — Un pozzo trivellato presso Napoli. Roma, 1902. 8°.
- In memoria di Giulio Bizzozero nel primo anniversario della sua morte, la famiglia. Torino, 1902. 4°.
- International Engineering Congress, Glasgow 1901. Meeting held at the University Glasgow on the 3th-5th Sept. 1901. Proceedings of the Section I and II. London, 1902. 8°.
- Lapparent A. de* — Atomes et Molécules. Louvain, 1902. 8°.
- Lockyer N.* — The chemical origins of the lines in Nova Persei. London, 1902. 8°.
- Id.* — Total Eclipse of the Sun, May 28, 1900. London, 1902. 4°.
- Longo B.* — Contribuzione alla conoscenza della vegetazione del bacino del fiume Lao. Roma, 1902. 4°.
- M^c Lean A.* — Local industries of Glasgow and the West of Scotland. London, 1902. 8°.
- Maggiore A.* — L'opera igienica di Bernardino Ramazzini. Modena, 1902. 8°.
- Pierantoni L. F.* — Dimostrazione del postulato di Euclide. Chieti, 1902. 8°.
- Raulin V.* — Variation séculaire du magnétisme terrestre. Paris, 1902. 8°.
- Relazione dimostrativa dello stato e dello andamento dei lavori catastali dal 1° luglio 1900 al 30 giugno 1901. Roma, 1902. 8°.
- Ribaga C.* — Gamasidi planticoli. Portici, 1902. 8°.
- Ricerche di biologia pubblicate per il XXV anniversario cattedratico di Pietro Albertoni dai suoi discepoli. Siena 1876 — Bologna 1901. Bologna, 1901. 4°.

Sars G. O. — An Account of the Crustacea of Norway. Vol. IV. Copepoda Calanoida. Part 5-6. Bergen, 1902. 8°.

Schreiber P. — Gewitter-Registrator. Calocsa 1901. 8°.

Valli V. — Rivendichiamo all' Italia la priorità della scoperta dell' inoculazione del virus rabido e del pus antipestilenziale. Roma, 1901. 8°.

Verri A. — Sorgenti, estuario e canale del fiume Sarno. Roma, 1902. 4°.

Id. — Un capitolo della geografia fisica dell' Umbria. Roma, 1901. 8°.

Vinassa de Regny P. — Paleontologia. Milano, 1902. 16°.

Worel K. — Ueber directe Photographie in natürlichen Farben auf Papier. Wien, 1902. 8°.

V. C.
